
ÍRÁSBELI SZORZÁS ELJÁRÁSAI

38. modul

KÉSZÍTETTE: KONRÁD ÁGNES

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Az írásbeli szorzás eljárásainak megértése. Az eljárás begyakorlása. Az írásbeli szorzás alkalmazása problémamegoldásban. Becslőképesség fejlesztése. Az önellenőrzés igényének alakítása.
Időkeret	3 óra
Ajánlott korosztály	8–9 évesek; 3. osztály; 31. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: keresttantervi NAT szerint: környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás, Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 19–20. modul; Ajánlott megelőző tevékenységek: 37. modul: Írásbeli szorzás előkészítése; többtagú összeadások, többszörözések.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás Mennyiségi következtetés, becslés Tudatos és akaratlagos emlékezés Összefüggés-felismerés.

AJÁNLÁS

Ebben az évben egyjegyű szorzóval tanuljuk az írásbeli szorzást, az előző modul tevékeny tapasztalatszerzésére építve. Az egyenlőtagú összeadások és a szorzandó helyiértékes bontásával végzett szorzások után az eljárás megértése, megtanulása nem fog nehézséget okozni még a váltásoknál sem. Az eljárás gyakorlását összekapcsoltuk a becslőképesség fejlesztésével. Erre épülnek a szorzatok sorbarendezeésével, a tényezők kiválasztásával kapcsolatos feladatok. Ezek elvégzése közben tapasztalatot szerezhetnek a szorzat változásairól is. A szöveges feladatokkal probléma megoldására használják az újonnan megtanult eljárást. Ebben az évben még nem tanítjuk a kétjegyű számokkal való szorzást, ugyanakkor keresünk olyan áthidaló megoldásokat, amelyek alkalmazásával algoritmus hiányában is kiszámíthatók az ilyen szorzások. Ehhez az előző félévben már megtapasztalt disztributivitást, illetve a szorzó egytényezős szorzatokra bontását alkalmazzuk. Az osztás előkészítését kezdjük meg a „Célbadobós” játékkal, melyben az egyik tényezőhöz keressük a lehetséges szorzókat.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*, Nemzeti Tankönyvkiadó–Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest

C. Neményi Eszter–Dr. R. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása*; Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK kiadványa, Budapest

ÉRTÉKELÉS

A modulban **figyeljük**

- a műveletek értelmezésének kialakultságát;
- a megismert számolási eljárás megértését, alkalmazásának fejlődését;
- az önellenőrzés igényének alakulását;
- a szövegértést;
- a becslőképesség fejlődését.

Értékeléseink során az előre megjelölt szempontokat célszerű kiemelni.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I. 1–II. 6.
2. óra: II. 7–II. 11.
3. óra: II. 12–II. 15.


	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Kié a nagyobb szorzat – kockadobásos játék Szorzat előállítás a dobókocka oldallapjain látható pöttyök számának összeszorzásával. A legnagyobb szorzat kiválasztása.	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály	csoportos, egyéni	játék	dobókockák, füzet
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Egyenletesen növekvő számsorozat	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontális	beszélgetés	
	2. Írásbeli szorzás eljárásának előkészítése eszközzel, helyiérték-táblázatban Írásbeli szorzás eljárásának megismerése írásbeli összeadásra és helyiérték szerinti bontott alakú szorzásra építve. A művelet tényezőinek elnevezései.	számolás, problémamegoldás	egész osztály	frontális, egyéni	tevékeny- kedtetés, feladatmeg- oldás	játékpénz, kiürült tejes-, tejfölös-, ás- ványvizes doboz, „árcé- dulák”, füzet
	3. Írásbeli szorzás, ellenőrzés összeadással Feladatlapon szorzások, majd ezek ellenőrzése írásbeli összeadással.	számolás, önellenőrzés igénye	egész osztály	egyéni	feladatmeg- oldás	1. feladatlap
	4. Hibajavítás Adott szorzások közül a hibásak kiválasztása becslés segítségével. A hibák javítása. A tévesztés okainak keresése.	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	egyéni, frontális	feladatmeg- oldás, beszélgetés	füzet

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	5. A becslés pontosítása Százásokra kerekített szorzandóval végzett becslés összevetése a pontos számítással, az eltérés okának keresése. Becslés a szorzandó tízesekre kerekítésével.	számolás, becslőképesség, önellenőrzés igénye	egész osztály	frontális, egyéni	feladatmegoldás	1. feladatlap
	6. Szorzatok végződése Adott szorzatok párosságának eldöntése a végződések segítségével. Házi feladat: A vizsgált szorzások elvégzése.	összefüggés-felismerés	egész osztály	csoportos	feladatmegoldás, beszélgetés, érvelés	1. melléklet szorzatkártyái
	7. Szorzat nagyságának megbecslése Adott szorzatok szétválogatása, melyik lesz kb. 400, 500, 600.	számolás, becslőképesség	egész osztály	egyéni, csoportos	tevékenykedtetés, feladatmegoldás, beszélgetés	zsebszámológép, 2. melléklet szorzatkártyái
	8. Szorzat változásainak megfigyelése A szorzandó változásával hogyan változik a szorzat. Mitől marad a szorzat változatlan.	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály	egyéni, frontális	összehasonlítás, beszélgetés	2. melléklet szorzatkártyái, füzet
	9. Adott szorzathoz tényezők kiválasztása	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	egyéni, frontális	feladatmegoldás, beszélgetés	számkártyák, füzet
	10. Szöveges feladatok B) Adott nyitott mondatok közül a szöveghez tartozó kiválasztása C) Szöveghez nyitott mondat készítése önállóan	számolás, problémamegoldó-gondolkodás, szövegértés	B) lassabban haladók C) gyorsabban haladók	egyéni	feladatmegoldás	2. feladatlap
	11. Dobókockás játék – szorzás gyakorlása Véletlenül előállított számjegyekből szorzat készítése. A legkisebb és legnagyobb szorzat keresése	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	egyéni, frontális	játék	dobókocka, füzet, 2. feladatlap

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	12. Szorzat nagyságának megbecslése Adott szorzatok közül az azonosak kiválasztása, nagyság szerinti sorbarendezés	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	csoportos, frontális	tevékeny-ked- tetés	3. melléklet kártyái
	13. Bingó – megadott szorzathoz tartozó tényezők kiválasztása	számolás, becslőképesség	egész osztály	csoportos, frontális	játék	4. melléklet játéktáblája, 3. feladatlap
	14. Fürdőszoba kövezése Kétjegyűvel való szorzás helyett más szorzási lehetőségek keresése B) szorzatok kiegészítése többféleképpen C) Szorzatok felírása többféleképpen	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály B) lassabban haladók C) gyorsabban hala- dók	frontális, egyéni, csoportos	tevékeny- kedtetés, feladatmeg- oldás	3. feladatlap, 5. melléklet, füzet, hurkapálcák
	15. Célbadobás szorzással Adott szorzathoz és tényezőhöz szorzó keresése	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontális, egyéni	játék	füzet, korongok

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Írásbeli szorzás eljárásai	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Kié a nagyobb szorzat – kockadobásos játék <i>Csoportokat szervez (kb. 4-6 fős csoportokat, 5 csoportnál ne legyen több), dobókockákat készítettet elő.</i> „Kockadobó versenyt rendezünk a csoportok között. Az a csoport nyer, amelyik a legnagyobb szorzatot tudja előállítani. A szorzat előállítása a következőképpen történik: Dobni kell a dobókockával, és az oldallapjain látható pöttyök számát kell összeszorozni. Például, ha így dobom – <i>a valóságban is dobja és mutatja</i> –, nézzétek meg az oldallapon látható pöttyöket!</p>  <p>Tehát a $4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 6$ szorzást kell elvégezni. Minden csoporttag egyszer dob, kiszámítja a szorzatot, felírja, majd jön a következő csoporttag. Figyeljétek és ellenőrizzétek társaitok számítását! Ne csak a szorzás eredményét írjátok fel, hanem a teljes szorzást! Ha minden csoporttag dobott, válasszátok ki a legnagyobb szorzatot!” „Milyen szorzással kaptátok a 120-at? Mi volt a kocka felső lapján? Milyen szorzatok fordultak még elő?”</p>	<p>Leolvassák, hogy ha a kockán 2 van felül, akkor az oldallapokon 4, 1, 3, 6 pötty van, s ezeket kell összeszorozni.</p> <p>Csoportokban dobnak a kockával, a megadott módon számítják a szorzatokat, s kiválasztják a legnagyobbat. Feltehetően már itt észre fogják venni, hogy összesen háromféle szorzathoz juthatnak: 120, 72, 60.</p> <p>Minden csoport felolvassa a legnagyobb szorzatát, s észreveszik, hogy 120-nál nem tudtak nagyobb szorzatot elérni. Megfigyelik, hogy ezt az $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2$ szorzással kapták, abban az esetben, ha 1, illetve 6 volt felül. Megállapítják, hogy csak háromféle szorzathoz juthattak: $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 120$ $1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ $6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 = 60$</p>

<p>Házi feladat ellenőrzése: Először felolvasással ellenőrzik a táblázat kitöltését. Hasonlítsátok össze az induló számot és a végeredményt! Hányszor akkora számot kaptatok? Mennyit kellett a másik feladatban a napközis játékokért fizetni?</p>	<p>Biztos lesz, aki azt is észreveszi, hogy a szemközti lapokon lévő pöttyök összege mindig 7.</p> <p>Megfigyelik, hogy ha egy számhoz hozzáadják a kétszeresét és a háromszorosát, a szám hatszorosát kapják eredményül.</p> <p>Ellenőrzik a szöveges feladat megoldását: 980 Ft-ba kerültek a játékok.</p>
II. Az új tartalom feldolgozása	
<p>1. Egyenletesen növekvő számsorozat „Most az osztálynévsor felhasználásával fogunk számsorozatot képezni. Minden tanuló a sorozatnak annyiadik tagját fogja képviselni, ahányadik a névsorban, és annyival növekszik egyenletesen a sorozatunk, amennyi az osztálylétszám. Gyertek ki a tábla elé, és álljatok névsor szerint sorba! Ki melyik számot képviseli?” <i>Pl.: Ha az osztálylétszám 21, akkor 21-esével növekvő számsorozatot képeznek, ahol a sorozat első tagja az osztálynévsor első tanulója.</i> „Szóban fogjuk a sorozatot megalkotni. Kezdje a névsor szerinti első tanuló! A te számod megegyezik az osztály létszámával.” <i>Mikor az 5. tanulóhoz érnek, megállítja a sorozat alkotását. „Mit gondoltok, a 10. gyerekeknek mi lesz a száma?”</i> „Ellenőrizzük a sorozat folytatásával!” „Mi lesz a 15. tanuló száma? Ellenőrizzük ezt is a sorozat folytatásával!” „Mi lesz a 20. tanuló száma? Az előzőek szerint ellenőrizzük ezt is!”</p>	<p>A névsor első tanulója a 21, a következő $21 + 21 = 42$, a harmadik tanuló 63 ... stb</p> <p>Kiszámítják, hogy a 10. tanuló száma 210 lesz, mert $21 \cdot 10 = 210$</p> <p>Kiszámítják, hogy a 15. tanuló száma 315 lesz, mert az 5. tanulóé 105 volt, a 10. tanulóé 210.</p> <p>Kiszámítják, hogy a 20. tanuló száma 420 lesz, mert $21 \cdot 20 = 420$ vagy $210 \cdot 2 = 420$.</p>
<p>2. Írásbeli szorzás eljárásának előkészítése eszközzel, helyiérték-táblázatban <i>Játékpénzt készített elő.</i> „Anyu a következő árukat tette a bevásárló kocsiba: 2 doboz tejföl, 3 l tej, 1 karton ásványvíz. Mennyit fizetett, ha 1 doboz (500 g-os) tejföl 124 Ft, 1 l tej 163 Ft, és 1 üveg ásványvíz 104 Ft?” <i>Rakja ki a valóságban is az áruk dobozait, és írja rájuk jól láthatóan az árakat!</i> <i>Először tisztázni kell, hogy egy karton ásványvíz 6 palackot tartalmaz.</i> „Számoljuk ki először, hogy az egyes árukért mennyit fizetett! Számoljuk ki először a két doboz tejföl árát, ha egy doboz 124 Ft!”</p>	

Kirak a táblára 124 Ft-ot.

„Rakjátok ki 2 doboz tejföl árát úgy, hogy még egyszer kiraktok ugyanennyit! Számoljátok ki összeadással a tejföl árát!”

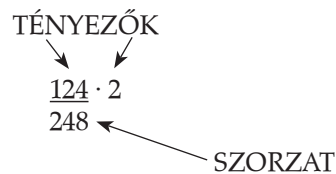
„Most rakjátok ki úgy, hogy a 124 Ft minden pénzürméjének a 2-szeresét tegyétek magatok elé, és számoljátok a százások, tízesek, egyesek kétszeresével!”

„Ez a két gondolkodás található meg az írásbeli szorzásban is. Írjuk be helyiérték-táblázatba a 124-et! A füzetekben készítsétek el!”

Készíti ő is a táblánál.

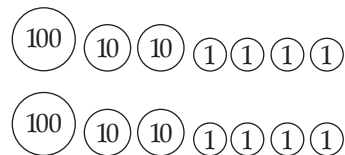
„Az egyesekkel kezdjük, mint az írásbeli összeadásnál. Kétszer 4 egyes az 8 egyes, leírom a 8-at az egyesekhez. Kétszer 2 tízes az 4 tízes, leírom a 4-et a tízesekhez. Kétszer 1 százás az 2 százás, leírom a 2-t a százásokhoz. A szorzat 248 lett.

Azokat a számokat, amelyeket összeszoroztunk, tényezőknak nevezzük, a szorzás eredménye pedig a szorzat.” Felírja a táblára is.



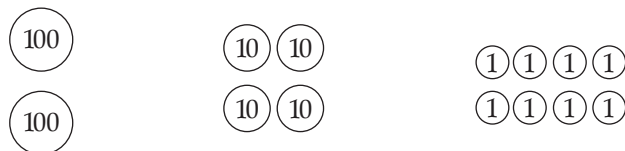
„Számoljuk ki a 6 üveg ásványvíz árát! Rakjátok ki magatok elé játékpénzzel egy üveg ásványvíz árát! Tegyétek magatok elé minden pénzürme hatszorosát! Váltótok be a pénzürméket, ahol lehet!”

Kirakják játékpénzzel a 2 doboz tejföl árát:



Kiszámolják írásbeli összeadással: $124 \cdot 2 = 124 + 124 = 248$

Kirakják a pénzürmék kétszeresét:



Kiszámolják szorzással: $124 \cdot 2 = (100 \cdot 2) + (20 \cdot 2) + (4 \cdot 2) = 200 + 40 + 4 = 248$

Füzetükben helyiérték-táblázatot készítenek, s elvégzik a szorzást.

E	sz	t	e
	1	2	4
	2	4	8

· 2

Kirakják játékpénzzel a 104 Ft-ot, kirakják mindegyik hatszorosát. A 24 egyest beváltják 2 tízesre, leolvassák, hogy a 104 hatszorosa 624.

Helyiérték-táblázatban is elvégzik a szorzást.

„Végezzük el a szorzást a helyiérték-táblázatban is!” *Készíti ő is a táblánál.* „Hatszorz 4 az 24, leírom a 4-et, marad 2 tízes. Hatszor 0 az 0, meg 2 tízes az 2 tízes, leírom a 2-t a tízesekhez. Hatszor 1 százaz az 6 százaz, leírom a 6-ot a százásokhoz. A szorzat 624.”

„Számoljátok ki önállóan a tej árát!”

Ellenőrzéskor ne csak az eredményt kérje, hanem egy vállalkozó tanuló hangosan számoljon!

„Számoljátok azt is ki, mennyit fizetett összesen anyu!”

E	sz	t	e	· 6
	1	0	4	
	6	2	4	

Az előzőhöz hasonló módon kiszámolják a 163 háromszorosát.

E	sz	t	e	· 3
	1	6	3	
	4	8	9	

Írásbeli összeadással kiszámolják, hogy: $248 + 624 + 489 = 1361$

3. Írásbeli szorzás, ellenőrzés összeadással

Előkészítetteti a feladatlapokat (1. feladatlap).

„Végezzétek el az 1. feladatban kijelölt szorzásokat, majd írásbeli összeadással ellenőrizzétek!”

„Oldjuk meg az első feladatot közösen! Ha figyelünk a helyiértékekre, akkor lerövidíthetjük a lejegyzést, és egyszerűsíthetjük a szöveget is.”

„3-szor 2 az 6, 3-szor 3 az 9, 3-szor 1 az 3.”

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \\ 3 \quad 9 \quad 6 \end{array} \cdot 3$$

„Végezzétek el a többi műveletet is!”

Ha valamelyik gyereknek még esetleg nehézséget okoz, javasolja, hogy rakja ki játékpénzzel!

Ellenőrzéskor a szorzásokat egy-egy vállalkozó tanuló a táblánál végezze el, hogy gyakorolják az eljárás szóhasználatát.

Feladatlapon írásbeli szorzásokat végeznek, majd írásbeli összeadással ellenőriznek.

4. Hibajavítás

„Kati is most tanulta az írásbeli szorzást. Nézzétek meg a házi feladatát!” *Felírja a következő szorzásokat a táblára:*

$$\begin{array}{r} 432 \cdot 2 \\ 864 \end{array} \quad \begin{array}{r} 453 \cdot 2 \\ 8106 \end{array} \quad \begin{array}{r} 182 \cdot 4 \\ 428 \end{array} \quad \begin{array}{r} 131 \cdot 5 \\ 1055 \end{array}$$

„Nem ellenőrizte számításait, így nem is vette észre, hogy csak az egyik szorzat jó, a többi hibás. Segítsünk neki, keressük meg a hibákat! Próbáljátok először pontos számítás nélkül, becslés segítségével eldönteni, melyek azok a szorzatok, amik biztosan nem lehetnek jók! Kerekítsétek a szorzandót százásokra, így becsléjétek meg a szorzatot!”

Javítsátok a három hibás szorzást a füzetetekben!”

Megállapítják, hogy a 2., 3. és 4. szorzás biztosan nem lehet jó, mert $453 \cdot 2 \approx 1000$ és $182 \cdot 4 \approx 800$ és $131 \cdot 5 \approx 500$ tehát csak az első szorzás lehet jó, mert $432 \cdot 2 \approx 800$

<p>„Mit gondoltok, mi lehetett Kati tévedésének oka a 2. szorzásnál?”</p> <p>„Keressétek a következő szorzásban is a tévedés okát!”</p> <p>„Mit téveszthetett el Kati az utolsó szorzásnál?”</p> <p>„Láthattátok, hogy ugyanúgy, mint az összeadásnál és a kivonásnál, az írásbeli szorzásnál is nagyon fontos a becslés, mert segítségével észrevehetjük esetleges tévedéseinket.”</p>	<p>Elvégzik a három szorzást: $453 \cdot 2 = 906$ $182 \cdot 4 = 728$ $131 \cdot 5 = 655$</p> <p>Megfigyelik, hogy a 2. szorzatnál rosszul írta le a tízesek szorzását, csak a 0-t kellett volna leírni, s az 1-et hozzáadni a százask szorzatához. Megállapítják, hogy a 3. szorzásnál az volt a tévedés oka, hogy a tízesek szorzásánál kapott 32-ből leírta a 2-t, de a 3-at nem adta hozzá a százask szorzatához. A 4. szorzásnál az volt a tévesztés oka, hogy a tízesek szorzása után megmaradt 1-et nem a százask szorzatához, hanem a szorzandó százaskához adta hozzá.</p>
<p>5. A becslés pontosítása „Figyeljétek meg az előző szorzások becsléseit! Keressétek meg, mely szorzásoknál van nagy eltérés a becslült és a pontosan számolt szorzatok között!”</p> <p>„Pontosítsuk a becsléseinket, úgy, hogy a szorzandót tízesekre kerekítjük! A 2. feladat szorzatait először becsléjétek meg, majd végezzétek el az írásbeli szorzásokat! A szorzatot vessétek össze a becslésetekkel!” <i>Ellenőrzéskor a becslült és a pontosan számított szorzatot is ellenőrizzék! Ha valaki tévesztett, a hibajavításnál leírt módon keressék a tévedés okát.</i></p>	<p>Megállapítják, hogy a $453 \cdot 2$ és a $131 \cdot 5$ szorzások esetében nagy az eltérés a becslült és számított szorzatok között. Megfigyelik, hogy a $453 \cdot 2$ esetben a 453-at fölfelé kerekítették, és közel 50-nel nagyobb számot szoroztak így 2-vel, ezért lett 94-gyel nagyobb a becslült szorzat. A $131 \cdot 5$ esetben lefelé kerekítették, és közel 30-cal kisebb számot szoroztak 5-tel, ezért lett 155-tel kisebb a becslült szorzat. Megállapítják, hogy a $432 \cdot 2$ és a $182 \cdot 4$ esetben kisebb az eltérés a számított és a becslült szorzat között (B: 800, a szorzat: 864, illetve B: 800, a szorzat: 728).</p> <p>A szorzandót tízesekre kerekítve becsléseket, majd szorzásokat végeznek. Közösen ellenőrzik számításaikat, s keresik az esetleges tévesztések okát.</p>
<p>6. Szorzatok végződése <i>Minden csoportnak kiosztja az 1. melléklet szorzatait.</i> „Válogassátok szét aszerint a kártyákat, hogy a szorzat páros lesz vagy páratlan! A szorzások elvégzése nélkül döntsetek! Osszátok szét a kártyákat egymás között, sorban egymás után olvassa fel mindenki a kártyáján lévő szorzatot, és mondja meg, hogy szerinte páros vagy páratlan lesz a szorzat. Véleményét indokolja is meg a többieknek! Ha a társai is egyetértenek vele, középre teheti a kártyáját.”</p>	<p>Felolvassák egymásnak a kártyákon lévő szorzásokat, a szorzat várható végződése alapján eldöntik, páros vagy páratlan szám lesz-e a szorzat.</p>

<p><i>Ellenőrzéskor olvastassa fel a páros, illetve a páratlan csoportba kerülő szorzatokat, s kérjen indoklást is!</i></p> <p>Házi feladat: Írjátok fel a szorzásokat a füzetetekbe, s otthon becslés alapján állít- sátok növekvő sorba, majd ellenőrzésképpen végezzétek el a szorzásokat!</p>	<p>A 2-vel, 4-gyel, 8-cal való szorzás eredménye mindig páros → a $247 \cdot 4$, $475 \cdot 2$, $229 \cdot 4$, $83 \cdot 8$ szorzatokat a párosok közé teszik. A többenél dönthetnek az alapján, hogy a páros szám akárhányszorosra is páros, vagy összeszorozzák a szorzót és a szorzandó utolsó számjegyét, s ez alapján megállapítják, páros vagy páratlan számra végződik-e a szorzat. Páros lesz még: $94 \cdot 7$, $96 \cdot 9$.</p>
<p>7. Szorzat nagyságának megbecslése Felolvasással ellenőrzik a házi feladat becsléseit és szorzatait, ha tévesztett valaki, közösen keresik az okát. <i>Kiosztja a 2. melléklet szorzkártyáit a csoportoknak. Zsebszámológépeket készített elő.</i> „A kártyán lévő szorzatokat az alapján válogassátok szét, melyik lesz kb. 400, 500, 600! A szorzások elvégzése nélkül döntsetek! Osszátok szét a kártyákat egymás között, sorban egymás után olvassa fel mindenki a kártyáján lévő szorzatot, és becslés alapján mondja meg, melyik csoportba kell tenni. Csak akkor teheti oda, ha a többiek is egyetértenek vele.” <i>Ellenőrzéskor a csoportok felolvassák az egyes csoportokba tartozó szorzatokat. Feltehetően felfigyelnek arra, hogy ha ugyanazt a számot nagyobb számmal szorozzuk, nagyobb lesz a szorzat is.</i> „Zsebszámológéppel ellenőrizték válogatásotok helyességét! Mindenki azt a szorzást ellenőrizze, amelyiknek a becslését végezte!”</p>	<p>Közösen ellenőrzik házi feladataikat.</p> <p>Szétosztják a szorzkártyákat. Becsléssel eldöntik, melyik szorzat lesz kb. 400, 500 vagy 600, csoportosítják a szorzatokat. Kb. 400 lesz a szorzat: $67 \cdot 6$, $134 \cdot 3$, $98 \cdot 4$, $192 \cdot 2$ Kb. 500 lesz a szorzat: $248 \cdot 2$, $124 \cdot 4$, $67 \cdot 8$, $98 \cdot 5$ Kb. 600 lesz a szorzat: $98 \cdot 6$, $67 \cdot 9$, $189 \cdot 3$, $152 \cdot 4$ Zsebszámológéppel elvégzik a szorzásokat, ellenőrzik becslésük helyességét.</p>
<p>8. Szorzat változásainak megfigyelése <i>A megfigyeléssel elkerülhető az a téves analógia, mely az összeg változásainak megfigyelésére épül, nevezetesen hogy amennyivel növelem a szorzat egyik tényezőjét, annyjival nő a szorzat.</i> „Az előbbi feladat szorzatai közül válasszátok ki azokat, amelyekben azonos szorzandó van! Hasonlítsátok össze a $67 \cdot 6$, $67 \cdot 8$, $67 \cdot 9$ szorzások eredményeit!”</p> <p><i>Ugyanilyen módon hasonlítják össze a másik három szorzatot.</i></p> <p>„Keressetek egyenlő szorzatokat! Hasonlítsátok össze a tényezőket!”</p>	<p>Kiválasztják a $67 \cdot 6$, $67 \cdot 8$, $67 \cdot 9$, illetve a $98 \cdot 4$, $98 \cdot 6$, $98 \cdot 5$ szorzatokat. Összehasonlítják a szorzatokat: $67 \cdot 6 = 402$, $67 \cdot 8 = 536$, $67 \cdot 9 = 603$. Megállapítják, hogy a 8-cal való szorzás szorzata 134-gyel nagyobb a 6-tal való szorzás szorzatánál, s ez a 67 kétszerese. Viszont a 9-cel való szorzásnál pont 67-tel kisebb. Megállapítják, hogy a $67 \cdot 6$ és a $67 \cdot 9$ szorzatai között 201 a különbség, s ez a 67 háromszorososa.</p> <p>Kiválasztják a $248 \cdot 2$, $124 \cdot 4$ és a $67 \cdot 6$, $134 \cdot 3$ szorzatokat! Megállapítják, hogy a $248 \cdot 2$, $124 \cdot 4$ szorzatokban az egyik tényező a felére csökkent, a másik pedig a kétszeresére nőtt. Hasonló megfigyelést tesznek a $67 \cdot 6$, $134 \cdot 3$ szorzatoknál is.</p>

Fölírja a táblára a következő szorzást:

$$\underline{144} \cdot 4$$

„Végezzétek el a füzetetekben a szorzást, és keressetek még olyan szorzatokot, aminek ugyanennyi az eredménye!”

Elvégzik a szorzást: $144 \cdot 4 = 576$

Előállíthatják ugyanezt a szorzatot a szorzandó kétszerezésével és a szorzó felezésével: $288 \cdot 2$. Ebből a szorzatból elő lehet állítani a szorzandó harmadára csökkentésével és a szorzó háromszorozásával a $96 \cdot 6$ szorzatot. Ez utóbbiból pedig a szorzandó kétszerezésével és a szorzó felezésével a $192 \cdot 3$ szorzatot.

9. Adott szorzathoz tényezők kiválasztása

A következő számkártyákat teszi a táblára:

5

3

2

164

127

246

Ugyanezeket a számokat tartalmazó kártyákat két zacskóba is beleteszi: egyikbe az 5, 3, 2; másikba a 164, 127, 246 kerül.

„Három vállalkozó gyereket meg fogok kérni, hogy húzzon egy-egy kártyát a zacskókból, és a húzott számokat írásban szorozzák össze. A többieknek csak a kapott szorzatot fogják elárulni, s ki kell találnotok, mely számokat húzhatták.”

„Ellenőrzésképpen végezzétek el a füzetetekben a szorzásokat!”


Három vállalkozó tanuló húz egy-egy számkártyát, a húzott számokat összeszorozzák. A kapott szorzatot felírják a táblára.

Pl.: 820, 381, 492

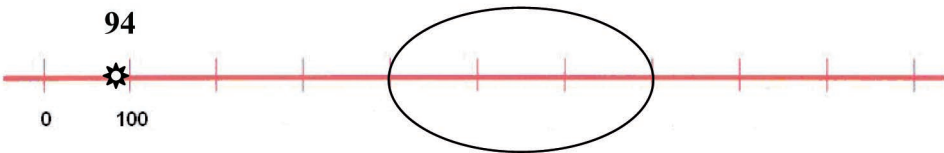
A 820-ról megállapítják, hogy csak 5 lehet az egyik tényező, a másik a 164 vagy a 246, mert az ezekkel való szorzás végződhet 0-ra. Becsléssel megállapítják, hogy a 246 ötszöröse 1000 fölött van, tehát a 820-at a $164 \cdot 5$ szorzással lehetett előállítani.

Megállapítják, hogy 1-re csak a $127 \cdot 3$ szorzat végződhet. Kettőre két szorzás is végződhet: a $246 \cdot 2$ és a $164 \cdot 3$, de az utóbbi tényezői már szerepelnek más szorzatban, tehát csak a $246 \cdot 2$ lehet jó.

Füzetükben írásbeli szorzásokat végeznek.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>10. Szöveges feladatok <i>Előkészítetteti a 2. feladatlapot.</i> „Készítsetek a szöveges feladathoz nyitott mondatot! Becslés után számoljatok! Ha összevetettétek becsléseteket a számolással, ne feledkezzetek meg a szöveges válaszról sem! Akinek van kedve, végezze el a feladat *-gal jelölt folytatását is!” <i>Közösen ellenőrzik a nyitott mondatot, megbeszélik a keretek jelentését, a számítást és a választ felolvasással.</i></p> <p>B) „Olvassátok el a következő szöveges feladatot, válasszátok ki, melyik nyitott mondat tartozik hozzá! Oldjátok meg, és válaszoljatok a kérdésre!”</p> <p>C) „A következő szöveges feladathoz is készítsetek nyitott mondatot, számoljatok, és válaszoljatok a kérdésre!” <i>Valószínű, lesz, aki az első nyitott mondatot fogja választani:</i> $(163 \cdot 3) + 411 =$ Nézzék meg, hogy az eredménye valóban ennek is 900, de a feladatot nem ez írja le.</p>	<p>Nyitott mondatot készítenek a szöveghez: $267 \cdot 5 = \square$ és $195 \cdot 5 = \square$ Írásbeli szorzással számolnak, válaszolnak a kérdésre.</p> <p>Kiválasztják a szöveghez tartozó nyitott mondatot: $\square - (163 \cdot 3) = 411$ Írásbeli művelettel megoldják: $163 \cdot 3 = 489$ $489 + 411 = 900$ Válaszolnak a kérdésre: Anyu pénztárcájában 900 Ft volt.</p> <p>Nyitott mondatot készítenek a feladathoz. Írásbeli művelettel számolnak, válaszolnak a kérdésre.</p>
<p>11. Dobókockás játék – szorzás gyakorlása <i>Dobókockát készít elő, felrajzolja a táblára a szorzat helyét jelző ábrát:</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>„Négyszer fogok dobni a kockával. Minden dobás után be kell írnotok a dobott számot valamelyik helyre. Majd végezzétek el a szorzást! Először úgy fogunk játszani, hogy a legnagyobb szorzat nyer. Ha csak egy gyerek tudta előállítani a legnagyobb szorzatot, 2 korongot kap, ha többen is, egy-egy korongot kapnak. 5 forduló után megnézzük, kinek van a legtöbb korongja, s ő lesz a győztes. Az első forduló előtt játszunk egy próbajátékot!” A következő 5 fordulóban a legkisebb szorzat nyer.</p> <p>Házi feladat: A következő 4 dobás eredményét ne írjátok be a kijelölt helyekre, csak a számokat jegyezzétek fel! A kapott 4 számból otthon állítsátok elő a legnagyobb és a legkisebb szorzatot! Szintén házi feladat lesz a feladatlap a 3. szöveges feladat megoldása.</p>	<p>Berajzolják a füzetükbe a szorzás helyét, s a dobott számokat beírják az általuk választott helyre. Elvégzik az írásbeli szorzást, kiválasztják a legnagyobb szorzatot. Pl.: Ha a dobott számok a 6, 4, 2, 1, akkor a legnagyobb szorzat a $421 \cdot 6 = 2526$</p> <p>Az előzőhöz hasonló módon a füzetükbe írt helyekre beírják a dobott számokat. Elvégzik az írásbeli szorzást, kiválasztják a legkisebb szorzatot. Pl.: Ha a dobott számok a 6, 4, 2, 1, akkor a legkisebb szorzat a $246 \cdot 1$</p>

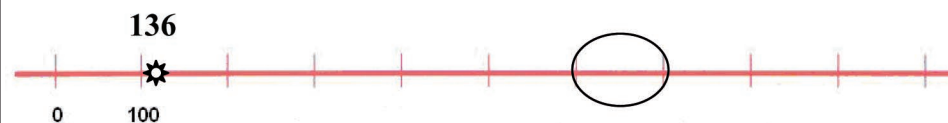
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>12. Szorzat nagyságának becslése Házi feladat ellenőrzése: <i>A megadott számokból előállított szorzatokat ellenőrzik, egyrészt a szorzás helyességét, valamint a legnagyobb és legkisebb szorzatot. Beszélik meg, valóban a legnagyobbat és a legkisebbet állították-e elő!</i> <i>Kiosztja a 3. melléklet kártyáit a csoportoknak.</i> <i>„A kártyákon lévő szorzatokat állítsátok sorba nagyság szerint anélkül, hogy elvégeznétek a szorzásokat! Vannak köztük egyenlők is, ezeket tegyétek egy oszlopba! Kezdjétek azzal, hogy szétszétjátok egymás közt a kártyákat, majd mindenki olvassa fel a sajátját, és tegye úgy maga elé, hogy a többiek is lássák! Először az azonos szorzatokat rakjátok egy oszlopba, majd utána készítsétek el a nagyság szerinti sort!”</i> <i>Ellenőrzéskor kerüljenek föl a kártyák a táblára is, és indoklást is kérjen a csoportoktól!</i></p> <p>Házi feladat: A feladat folytatása a házi feladatokról lesz. A 2. feladatlap 1. feladatában megtaláljátok ezeket a szorzatokat. Keressétek meg, körülbelül hol a helyük a számegegyenesen, és kössétek oda! A becslés után, számoljatok pontosan!</p>	<p>Kiosztják a kártyákat egymás között, felolvassák a rajtuk lévő szorzatokat. Először az azonos szorzatokat keresik. Itt felhasználják az előző órán szerzett tapasztalataikat, hogy ha 2-szer nagyobb számot szorzok fele akkora számmal, akkor a szorzat nem változik.</p> <p>Nagyság szerint sorba rendezik a szorzatokat.</p> $117 \cdot 4 < 144 \cdot 4 < 205 \cdot 3 < 144 \cdot 5 < 244 \cdot 4$ $234 \cdot 2 \quad 288 \cdot 2 \quad 72 \cdot 10 \quad 122 \cdot 8$ $78 \cdot 6 \quad 72 \cdot 8 \quad 488 \cdot 2$
<p>13. Bingó – megadott szorzathoz tartozó tényezők kiválasztása <i>Minden csoportnak kiosztja a játéktáblákat (4. melléklet), és kivettíti a fóliára másoltat, apró gyöngyöt vagy kukoricaszemet készít elő.</i> <i>„A táblázatban a két zsákban lévő számok szorzatai láthatók. Csoportokban fogunk vele játszani. A kukoricaszemet ráejtem a táblázatra. A csoportoknak ki kell találniuk, hogy az a szám, amelyikre a kukorica esett, melyik két szám szorzataként állítható elő. Ne számítással kezdjétek, hanem becslés és a szorzat végződésének megfigyelésével keressétek a jó számokat. Amelyik csoport megtalálta a szorzatot adó számokat, bingót mond. Innentől kezdve a többi csoportnak fél perce van a jó számok megkeresésére. Ha egy csoport találta meg, két korongot kap, ha többen is, egyet-egyet kapnak. 5 fordulót fogunk játszani, az a csoport győz, amelyiknek a legtöbb korongja lesz.”</i> <i>Minden fordulónál számoljanak be a keresés módjáról, és ellenőrizzék, jó számokat választottak-e!</i> Házi feladat: Az 5 forduló után megmaradt számokhoz keressétek szorzatokat a feladatlapon (3. feladatlap, 1. feladat)!</p>	<p>A kiválasztott szorzathoz becsléssel és a végződés megfigyelésével keresik a tényezőket. Pl.: a 630-hoz kell a tényezőket keresni. A végzódéseket figyelembe véve jó lehet a $134 \cdot 5$, $198 \cdot 5$, $244 \cdot 5$, $144 \cdot 5$, $315 \cdot 2$, $215 \cdot 2$, $315 \cdot 4$, $215 \cdot 4$ Becslés alapján a $134 \cdot 5$, $315 \cdot 2$ lehet jó. A helyes számok: 315 és 2 A szorzás elvégzésével ellenőriznek. Beszámolnak róla, hogyan döntötték el, mely számok jók.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>14. Fürdőszoba kövezése <i>Kivetíti és kiosztja a csoportoknak az 5. melléklet ábráját és hurkapálcákat.</i> „A fürdőszoba kövezéséhez egy sorba 26 követ raknak le, és 18 ilyen sor lesz belőle. Hány követ használnak föl a konyha kövezéséhez? Írjátok le a füzetetekbe, milyen módon számíthatnánk ki!” „Hogyan tudnánk elvégezni ezt a műveletet, hisz még nem tanultuk a kétjegyű számmal való írásbeli szorzást?” <i>Ha a $(26 \cdot 10) + (26 \cdot 8)$ műveletet javasolják, fogadja el, és értékelje, majd kérje meg őket, hogy olyan módot is keressenek, amiben csak szorzás van. Segítségképpen hurkapálcával válassza el középen az ábrát, s kérje, hogy olvassák le szorzással!</i> „Számítsátok is ki, hány kő kell a konyha kövezéséhez! Próbáljuk másképp is!” <i>A hurkapálcával harmadolja a 18 sort! Hogyan számíthatjuk most ki?</i> „Végezzétek el így is a műveletet!</p> <p>Beszélgétek meg, és jegyezzétek le, hogyan lehetne másképp is kiszámítani a kövek számát! Használjátok segítségül az ábrát és a hurkapálcát!”</p> <p>„Végezzétek el a 3. feladatlapon a 3. feladat szorzásait úgy, hogy csak egyjegyű számmal kelljen szorozni!” Felolvasással ellenőrzik a lehetőségeket.</p>	<p>Az ábra megfigyelése után lejegyzik a kiszámítás módját: $26 \cdot 18$</p> <p>Javaslatokat gyűjtenek a szorzás elvégzéséhez.</p> <p>Leolvassák az ábráról, hogy: $26 \cdot 18 = (26 \cdot 9) \cdot 2$</p> <p>Kiszámítják a szorzatot: 468</p> <p>Leolvassák, hogy $26 \cdot 18 = (26 \cdot 6) \cdot 3$ Elvégzik a szorzásokat. További lehetőségeket gyűjtenek a számítás módjára: $26 \cdot 18 = (26 \cdot 3) \cdot 6$ $26 \cdot 18 = (26 \cdot 2) \cdot 9$</p> <p>B) Kiegészítik a megadott műveleteket, elvégzik a szorzásokat. C) Többféleképpen felírják a szorzatokat egyjegyű számok szorzataként, elvégzik a szorzásokat.</p>
<p>15. Célbadobás szorzással <i>Felrajzolja a táblára az alábbi számegegyenest, 400 és 700 között berajzolja a céltáblát, bejelöli az induló számot. Kikészített mindenkivel öt-öt korongot.</i></p>  <p>The image shows a horizontal number line starting at 0 and ending at 700. There are major tick marks at 0, 100, 200, 300, 400, 500, 600, and 700. A gear icon is placed on the number line at the position of 94. A large oval (target) is drawn on the number line, centered between 400 and 700, with its left edge at 400 and its right edge at 700.</p>	

„Célpadobást fogunk játszani. A számegyenesen jelöltem a céltáblát. A kezdőszám a 94, innen kell dobni. Azt kell kitalálnotok, hogy a 94-et hányszor kell venni, hogy a szorzat a céltáblába essen. Olvassátok le a számegyenesről, mely számok közé kell a szorzatnak esnie! Ráírja a számegyenesre. Először becsléssel keressétek a jó számot!”

„Minden elvégzett szorzásért az 5 korongotokból egyet tegyetek vissza a dobozba! A találatokért pedig én adok mindenkinek 2 korongot.”

Felrajzolja az újabb céltáblát 600 és 700 között, bejelöli az induló számot, a 136-ot. Az előzőhöz hasonló módon játszanak tovább.



Leolvassák, hogy 400 és 700 a céltábla két széle.

Becsléssel keresik, hogy a 94-et mennyivel kell szorozni, hogy a szorzat 400 és 700 között legyen. A jónak vélt számokkal elvégzik a szorzást.

Becslés alapján jónak tűnhet a 4. Lesz, aki rá fog jönni, hogy mivel 100-nál kisebb számot szorzunk 4-gyel, 400-nál kisebb lesz a szorzat. Lesz, aki el fogja végezni a szorzást.

A szorzó lehet: 5, 6, 7

Leolvassák, hogy 600 és 700 közé kell beletalálni. Becsléssel keresik a szorzót.

A szorzó: 5