
A MŰVELETEK KAPCSOLATAI, MŰVELETI TULAJDONSÁGOK

6. modul

KÉSZÍTETTE: KONRÁD ÁGNES

MODULLEÍRÁS

A modul célja	<p>A százas számkörben való tájékozottság mélyítése. Az összeadás, kivonás, szorzás, osztás és bennfoglalás fogalmának megerősítése, felújítása. Kidolgozott számolási eljárások gyakorlása. Műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban a 100-as számkörben. A műveletek közti kapcsolat mélyítése, alkalmazása számolási eljárásokban. Az összeg, különbség, szorzat változásainak, változatlanságának megtapasztalása.</p>
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	8-9 évesek; 3. osztály; 6. hét
Modulkapcsolódási pontok	<p><i>Tágabb környezetben:</i> kereszttantervi <i>NAT szerint:</i> környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás, <i>Kompetenciaterület szerint:</i> szociális és környezeti. <i>Szűkebb környezetben:</i> saját programcsomagunkon belül: 1–5. modul. <i>Ajánlott megelőző tevékenységek:</i> szám és valóság kapcsolatának erősítése számlálással, méréssel, becsléssel. Számok nagyságának és más tulajdonságainak, kapcsolataiknak tevékeny felelevenítése. Számolási eljárások felelevenítése a százas körben.</p>
A képességfejlesztés fókuszai	<p>Számlálás, számolás Számrendszeres gondolkodás Analógiás gondolkodás Problémamegoldó gondolkodás Az induktív és deduktív lépések gyakorlása Kommunikációs képesség fejlesztése; pár- és csoportkapcsolatokban való működtetése Tudatos és akaratlagos emlékezés Összefüggés-felismerés Kooperáció</p>

AJÁNLÁS

Az előző modulokban a műveletek értelmezése, a számolási eljárások felújítása, gyakorlása állt a középpontban, új eljárásokat nem tanítottunk. Ebben a modulban a műveletek közti kapcsolatokra, és a műveleti tulajdonságokra helyezzük a hangsúlyt.

A műveletek és inverzeik közti kapcsolat mélyítése többek között a fordított szövegezésű feladatok megértéséhez, megoldásához fontos. A szakaszos ábrák alkalmasak arra, hogy adott műveletet az inverzével együtt jelenítsenek meg. Konkrét feladatokban már az előző évfolyamokon előkerülhettek műveleti tulajdonságok (felcserélhetőség, csoportosíthatóság). A célunk most sem egy általánosított konkrét szabály megfogalmazása, hanem egy szemlélet kialakítása, hogy alkalmazni tudják a megtapasztalt összefüggéseket. Az általánosítás, szabályba foglalás igénye nélkül foglalkozunk a műveletek eredményének változásával és változatlanságával, a műveletek monotonításával. A későbbi órákon, a becsléseknél lesz ennek fontos szerepe. A számfogalom alakulását segíti a különféle műveletes alakokkal való feladatvégzés.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*: 103–113. old.

C. Neményi Eszter–Dr. R. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása; Tantárgypedagógiai füzetek*; ELTE TÓFK kiadványa, Budapest

ÉRTÉKELÉS

A modulban figyeljük

- a műveletek értelmezésének kialakultságát;
- a megismert számolási eljárások megértését, alkalmazásának fejlődését;
- az önellenőrzés igényének alakulását;
- összefüggésfelismerést;
- a szövegértést;
- kooperációt.

Értékeléseink során az előre megjelölt szempontokat célszerű kiemelni.

MODULVÁZLAT

Időterv: 1. óra: I 1–II 4.

2. óra: III 5–8.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangelődés, a feldolgozás előkészítése						
	1. Számstaféta Számok bontott alakjainak összegyűjtése	számfogalom, számolás	egész osztály	csoportos	kooperatív kerekasztal	csomagolópapír, színes ceruzák
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Műveletek és inverzeik – Szöveges feladatokhoz szakaszos ábra készítése – Mit jelent a visszafelé mutató nyíl? – Két nyíl helyett egy	számolás, összefüggésfelismerés, problémamegoldó gondolkodás, kommunikációs képesség	egész osztály	egyéni csoportos frontális	feladatmegoldás, beszélgetés	1., 2. melléklet 1. feladatlap
	2. Összekapcsolt gép B) „Hozzáadó, „elvévő”, majd a két összekapcsolt gép táblázatának kitöltése C) Összetett gép szabályának felismerése, hiányos táblázatának kitöltése	számolás, összefüggésfelismerés, szabályfelismerés, problémamegoldó gondolkodás	B) egész osztály C) gyorsabban gondolkodók	frontális egyéni	feladatmegoldás	2. feladatlap
	3. Szorzás és osztás kapcsolata – szorzótáblázat Hiányos szorzótáblázat kitöltése a szorzás és osztás közti kapcsolat felhasználásával.	számolás, összefüggésfelismerés	egész osztály	frontális egyéni	feladatmegoldás	3. feladatlap

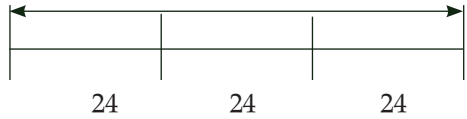
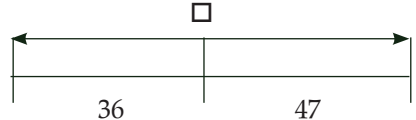
	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	4. A négy művelet együttes gyakorlása – „közelítő játék” Kihúzott szám minél jobb megközelítése adott számokkal való műveletvégzéssel. Házi feladat: számok bontott alakjának elhelyezése számegyenesen	számolás, becslőképesség	egész osztály	frontális, egyéni	játék	számkártyák 1 és 100 között. dobókocka. füzet 4. feladatlap
	5. Egyenletesen növekvő számsorozat vizsgálata Hármasával növekvő számsorozat	számolás, megfigyelőképesség összefüggésfelismerés	egész osztály	frontális	feladatmeg- oldás, beszélgetés	füzet
	6. 100 bontása – összeg és különbség változásainak megfigyelése 100 bontása mérőszalaggal, a kapott számok különbségének kiszámítása. Számpárok, különbségek összehasonlítása. Két szám megkeresése összegük és különbségük alapján	számolás, összehasonlítás, összefüggésfelismerés	egész osztály	frontális, egyéni	tevékeny- kedtetés, feladatmeg- oldás	mérőszalag 5. feladatlap
	7. Kinek marad több pénze? – A különbség változásai – Vásárlás azonos induló összegekkel – Vásárlás különböző induló összegekkel	megfigyelés, összehasonlítás, számolás, összefüggésfelismerés	egész osztály	frontális, páros	tevékeny- kedtetés, beszélgetés	játékpénz, 3. melléklet
	8. Műveletek kapcsolatai – összeg, különbség, szorzat változásai Bontott alakú számok sorbarendezése. Azonos eredményt adók összehasonlítása.	számolás, összefüggésfelismerés, kooperáció	egész osztály	csoportos	tevékeny- kedtetés, beszélgetés	4. melléklet

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

A műveletek kapcsolatai, műveleti tulajdonságok	
I. Ráhangelődés, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Számstaféta</p> <p><i>Csoportokat szervez (4-5 fős csoportok). A csoportok egy-egy csomagolópapírt kapnak, csoporton belül mindenki más-más színű ceruzával dolgozik.</i></p> <p>– Számstafétát fogunk játszani. Minden csoport kapott egy papírt, a tetején egy-egy számmal. Az lesz a feladatotok, hogy ennek a számnak minél többféle alakját gyűjtsétek össze! Nézzünk egy példát! <i>A táblára felírja a 30-at. Gyűjtsük össze a 30 neveit! Egymás alá írja a gyerekek által mondott alakokat. Ha a gyerekek nem mondják, ő javasoljon szorzat- és különbségalakokat, többtagú összeget!</i></p> <p>– A csoportok minden tagja más-más színű ceruzával dolgozzon! Folyamatosan adjátok körbe balról jobbra a csomagolópapírt, és mindenki a saját ceruzájával írja rá a szám valamelyik nevét. Figyeljete arra, hogy minden alak csak egyszer szerepeljen!</p> <p><i>A színes ceruzák szerepe az, hogy menet közben már tájékozódhasson a gyerekek munkájáról. Érdemes óra végén összeszedni a papírokat, sok értékes információhoz juthatunk tanítványaink aktuális tudásáról.</i></p> <p><i>Az ellenőrzést kétféle módon végezhetjük.</i></p> <p>– A csoportok „szószólói” kiteszik a papírt a táblára. Közös ellenőrzik minden csoport munkáját. Ezt akkor érdemes alkalmazni, ha a csoportok egymás közti versenyfeladatoként adjuk a számstafétát.</p> <p>– Hatékonyabb az ellenőrzés, ha az egymás melletti csoportok cserélnek papírt, és szintén balról jobbra körbeadva ellenőrzik társaik munkáját.</p>	<p>Frontálisan gyűjtik a 30 többféle alakját.</p> <p>Színes ceruzával lejegyzik a megadott szám bontott alakját, figyelve arra, hogy a szám más-más neveit gyűjtsék.</p>

II. Az új tartalom feldolgozása

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Műveletek és inverzeik Felrajzolja a táblára az alábbi szakaszos ábrát:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>– Nézzétek meg figyelmesen a szakaszos ábrát! Olvassatok róla! <i>A mondott műveleteket fel is írja a táblára.</i> – Mondjatok történeteket a számfeladatokhoz!</p> <p><i>Kiosztja mindegyik csoportnak az 1. melléklet szöveges feladatait. (Úgy vágja szét a mellékletet, hogy egy lapon egy szöveges feladat legyen!)</i> – Mindenki válasszon egyet a szöveges feladatok közül! Olvassátok el, és készítsetek a szövegekhez szakaszos ábrát, és számfeladatot, illetve nyitott mondatot a füzetetekben! – Ha elkészültetek, körben haladva minden csoporttag olvassa fel feladatát a többieknek, és mutassa meg a szakaszos ábráját! – Hasonlítsátok össze a szakaszos ábrákat, beszéljétek meg tapasztalataitokat! <i>Az ellenőrzéskor kivetíti a szakaszokat (2. melléklet), és a csoportok felolvassák a hozzájuk tartozó szöveges feladatokat, műveleteket. Megfigyelik, hogy az egyes szakaszokról leolvasható az adott művelet, illetve annak inverze.</i></p>	<p>Vállalkozó tanulók leolvassák az ábráról, hogy $24 \cdot 3 = ?$ vagy $? / 3 = 24$ vagy $? : 24 = 3$</p> <p>A vállalkozó tanulók történeteket mondanak a leolvasott számfeladatokhoz. Pl.: Katiék hárman vannak testvérek. Kaptak egy zacskó cukrot, amit igazságosan elosztottak egymás között. Mindegyiküknek 24 szem jutott. Hány szem cukor volt a zacskóban? $\rightarrow ? / 3 = 24$</p> <p>Kiválasztanak egy-egy szöveges feladatot. Egyénileg készítenek hozzá szakaszos ábrázolást.</p> <p>Egymásnak megmutatják megoldásaikat, összehasonlítják a szakaszokat.</p> <p>Vélhetően már itt észre fogják venni, hogy ugyanazon szakaszos ábra írja le az <i>a</i>, <i>b</i>, <i>c</i>, illetve <i>d</i> és <i>e</i> jelű feladatokat, csak más-más része ismeretlen, attól függően, hogy milyen művelet tartozik hozzá.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) jelű feladat: $36 + 47 = \square$ b) jelű feladat: $36 + \square = 83$ vagy $83 - 36 = \square$ c) jelű feladat: $\square + 47 = 83$ vagy $83 - 47 = \square$ d) jelű feladat: $21 \cdot 3 = \square$ e) jelű feladat: $63 / 3 = \square$ vagy $\square \cdot 3 = 63$</p>

Előkészíteti a feladatlapokat (1. sz. feladatlap), és kivetíti az 1. feladat első ábráját.

– Nézzétek meg figyelmesen az 1. feladat ábráit! Olvassuk le az elsőt! A felső részével kezdjétek!

– Melyik lehet ez a szám? Egészítsétek ki az ábrát!

– Olvassuk le az alsó részt! Mit jelent a visszavezető nyíl?

– Melyik lehet ez a szám? Egészítsétek ki az ábrát!

– A következő két ábrát önállóan egészítsétek ki!

Ellenőrzéskor kivetíti a két ábrát, s a szólított tanulóval az előzőhöz hasonló módon leolvastatja.

Kivetíti a 2. feladat első ábráját.

– Most a 2. feladat ábráit nézzük! Olvassátok le az első ábra felső részét, közben egészítsétek is ki az ábrát!

– Olvassátok le az ábra alsó részét! Hogyan tudjuk a két műveletet egy lépéssel helyettesíteni? Egészítsétek ki az ábrát!

– A következő három ábrát önállóan egészítsétek ki!

Ellenőrzéskor kivetíti az ábrákat, s a szólított tanulóval az előzőhöz hasonló módon leolvastatja.

2. Összekapcsolt gép

Előkészíteti a 2. sz. feladatlapot.

B)

– Figyeljétek meg, mit csinálhatnak a gépek! Töltsétek ki a táblázatot! Aki tudja, írja le a gépek szabályait is!

Közösen ellenőrzik a kitöltött táblázatokat. Kivetíti az első gépet és táblázatát. Először a táblázat kitöltését ellenőrzik összehasonlítással. Majd a szabályok felírását ellenőrzik összehasonlítással és leolvasással.

Kivetíti az összekapcsolt gépek táblázatát.

– Most kapcsoljuk össze a két gépet! A két összekapcsolt gép most egy olyan összetett gép helyett működik, amelyikbe a \triangle -et bedobva, a \square esik ki.

– Mit csinálhat az összetett gép? Töltsétek ki a hiányos táblázatot! Aki tudja, próbálja meg a gép szabályát is lejegyezni minél többféleképpen!

Egy vállalkozó tanuló leolvassa, hogy egy számot szorzunk 4-gyel, és az eredmény 48.

Beírják az ábrába, hogy a 12-t kell 4-gyel szorozni, hogy 48-at kapjunk.

Leolvassák, hogy a 48-at mennyivel kell osztani, hogy 12-t kapjunk?

Beírják az ábrába, hogy a 48-at 4-gyel kell osztani, hogy 12-t kapjunk.

Műveleteket és inverzeiket ábrázoló feladatokat egészítenek ki.

Ellenőrzik munkájukat, hogy ha egy számot szorzunk valamennyivel, akkor ugyanahhoz a számhoz osztással juthatnak vissza.

$$36 \cdot 2 = 72 \rightarrow 72/2 = 36$$

$$40 \cdot 3 = 120 \rightarrow 120/3 = 40$$

Egy vállalkozó tanuló leolvassa, hogy ha a 36-hoz hozzáadunk 30-at az 66, és a 66-ból elveszünk 3-at az 63. Kiegészítik az ábra felső részét.

Leolvassák, hogy 36-hoz 27-et kell adni, hogy 63-at kapjunk. Megállapítják, hogy ha egy számhoz hozzáadok 30-at, és elveszek 3-at, az ugyanannyi, mintha a számhoz 27-et adnának.

Ellenőrzik munkájukat.

$$48 + 20 = 68 \quad 68 - 3 = 65 \rightarrow 48 + 17 = 65$$

$$69 - 30 = 39 \quad 39 + 3 = 42 \rightarrow 69 - 27 = 42$$

$$91 - 40 = 51 \quad 51 + 2 = 53 \rightarrow 91 - 38 = 53$$

Az első gépnél a bedobott számhoz 20-at hozzáadva, a másikonál 6-ot elvéve, kitöltik a hiányos táblázatokat.

Leolvassák az első gép szabályát:

– a bedobott számhoz hozzáad 20-at $\rightarrow \bigcirc = \triangle + 20$

– a kidobott számból elveszek 20-at, megkapom a bedobott számot \rightarrow

$$\triangle = \bigcirc - 20$$

A táblázat első 2–3 oszlopát közösen kitöltik, majd egyénileg folytatják tovább.

Közösen ellenőrzik a táblázat kitöltését, a szabály(ok) felírását.

- Hasonlítsuk össze a táblázat egymás alatti számait! Először a \triangle -et és \circ -et.
- Most a \circ -t és a \square -t hasonlítsuk össze!
- Végül hasonlítsuk össze a \triangle -t és \square -t!
- Milyen utakon juthatunk el \triangle -től a \square -ig?

C)

A gyorsabban gondolkodó gyerekek rögtön az összekapcsolt gépekkel kezdhetnek. (2. sz. feladatlap – 2. feladat). Ellenőrzéskor kapcsolódnak vissza a közös munkába.

3. Szorzás és osztás kapcsolata – szorzótáblázat

Előkészíteti a 3. sz. feladatlapot.

- Töltsétek ki a hiányos táblázat első két sorát az utolsó oszlop kivételével!

A kitöltés után:

- Hasonlítsátok össze a két sor számait!
- Hogyan segíthetne ez a megfigyelés a 9. sor kitöltésénél?
- Írjátok be a szorzótáblázatba a még hiányzó számokat!

Elképzelhető, hogy lesz, aki segítséget igényel ott, ahol csak az eredmény van megadva. Javasoljuk nekik, hogy először a 18-at próbálják meg előállítani két szám szorzataként! Miután a 6 és a 3 szorzása már szerepelt, észre fogják venni, hogy a 9 kétszerézése lehet jó.

Ellenőrzéskor kivetíti a táblázatot.

- A 81-et mely számok szorzataként kaptátok? Hogyan kerestétek?
- Hasonlítsátok össze az első és az utolsó oszlop számait! Figyeljétek meg, hogy a 11-szerezés eredményeként mennyivel nagyobb számot kaptatok, mint a 10-szerezésnél!
- Nézzétek meg az utolsó oszlopban a 11-szerézkor kapott számok számjegyeit!
- Az utolsó előtti sorban, hogyan gondoltátok ki, melyik számot kellett szorozni 7-tel, hogy 49 legyen a szorzat?

Összehasonlítják a felső két sor számait, megállapítják, hogy $\circ = \triangle + 20$

Összehasonlítják az alsó két sor számait, megállapítják, hogy $\square = \circ - 6$.

Összehasonlítják a felső és alsó sor számait, megállapítják, hogy $\square = \triangle + 14$. Leolvassák, hogy \square -höz eljuthatnak úgy is, hogy a bedobott számhoz hozzáadnak 20-at, és elvesznek belőle 6-ot. Vagy úgy hogy a bedobott számhoz hozzáadnak 14-et.

Így a gép szabálya lehet:

$$\square = \triangle + 14 \text{ vagy } \circ = \triangle + 20 \quad \square = \circ - 6$$

Összeadásokat, kivonásokat végezve kitöltik a hiányos táblázatot.

A szorzás és osztás közti kapcsolat és a tényezők felcserélhetőségének ismeretét felhasználva kitöltik a hiányos szorzótáblázat első két sorát, a 11-szerezés kivételével.

Megfigyelik, hogy a 6 és a 3 ugyanannyiszorosai állnak egymás alatt. Az első sor számai kétszer akkora, mint a másodiké, mert a 6 kétszerese a háromnak.

Megfigyelik, hogy a 9. sorba a 12 valahányszorosai kerülnek, s ezek kétszeresei lesznek az első sorba beírt számoknak, mert a 12 is kétszerese a 6-nak.

Kitöltik a szorzótáblázatot.

Leolvassák, hogy a $81 = 9 \cdot 9$. Lehetne $81 = 27 \cdot 3$ is, de az azért nem jó, mert akkor kétszer szerepelne ez a szorzat, és nem lenne jó a 8. oszlopban a 18.

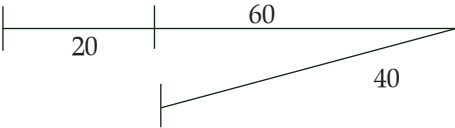
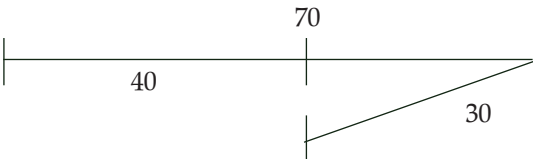
Megfigyelik, hogy a 11-szerezés eredményeként a 10-szerezésnél annnyival nagyobb számot kaptak, amennyit 10-szereztek, 11-szereztek.

Megállapítják, hogy amikor egyjegyű számot 11-szereztek, a szorzat azonos számjegyekből áll.

A 49-et elosztották 7-tel.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>4. A négy művelet együttes gyakorlása – „közelítő játék” Egy dobókockát és számkártyákat készít elő 0 és 100 között. Ismerteti a játék menetét.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Először kihúz valaki egy számkártyát, ezt a számot kell majd előállítanotok, vagy minél jobban megközelítenetek. – A dobókockával ötször egymás után dobok. A dobott számokkal kell úgy műveleteket végezni, hogy a végén kapott eredmény a kihúzott szám legyen, vagy minél jobban megközelítse azt. Mindegyik dobott számot fel kell használni, de mindegyiket csak annyiszor, ahányszor szerepel az öt szám között. Bármilyen műveletet végezhetnek, és szabad zárójelet is használni. <p><i>A játék ismertetését próbajáték kövesse! A dobott öt szám felhasználásával először a tanító mutasson be egy lehetséges megoldást, nézzék meg egy – két gyerek megoldását, ezt kövesse a közös játék.</i></p> <p><i>A műveletek gyakorlásán kívül alkalmazzák a zárójel használatáról szerzett ismereteiket, alakul becslőképességük.</i></p> <p>Házi feladat: számok bontott alakjának elhelyezése számegyenesen. (4. feladatlap). Ha nincs a gyerekeknek 100-as beosztású mérőszalagja, ennek elkészítése is legyen házi feladat!</p>	<p>Kipróbálják a játékot. Pl.: kihúzzák a 65-öt. A következő számokat dobják: 6, 5, 6, 1, 3</p> <p>Megpróbálják előállítani, vagy megközelíteni a 65-öt:</p> $6 \cdot (5 + 1) + (6 \cdot 3) = 54$ $(6 + 1) \cdot (5 + 3) + 6 = 62$ $[6 \cdot (6/3) + 1] \cdot 5 = 65$ <p>A kihúzott szám megközelítésével gyakorolják a négy alapműveletet és a zárójelhasználatot.</p>
<p>5. Egyenletesen növekvő számsorozat vizsgálata</p> <ul style="list-style-type: none"> – Indítsatok 3-tól egy 3-mal egyenletesen növekvő számsorozatot a füzetetekben! Egymás alá írjátok a számokat 60-ig! – <i>Elkezdi a sorozat felírását a táblán. Hány sorra lesz szükségünk?</i> – Csak akkor kezd el egy oldalon, ha a sorozat mindegyik számára van ott hely! <p><i>Ellenőrzéskor befejezi a sorozat felírását.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Soroljátok fel egymás után a sorozat páratlan számait! – Milyen számsort kaptunk? – Soroljátok fel egymás után most a sorozat páros számait! – Milyen számsort kaptunk? – Mi lehet az oka, hogy mindkét esetben hatosával növekvő sorozatot olvastatok le? – Mit gondoltok, milyen sorozatot kapunk minden negyedik szám leolvasásával? – Válasszunk ki a sorozatból két egymás alatti számot, pl. a 21-et és a 24-et! Adjátok össze a füzetetekben a két számot! – Ha jól számoltatok, az eredményt megtaláljátok a sorozatban. Nézzétek meg, hányadik tagja a sorozatnak! – Mi lehet a magyarázat? 	<p>Kipróbálják a játékot. Pl.: kihúzzák a 65-öt. A következő számokat dobják: 6, 5, 6, 1, 3</p> <p>Megpróbálják előállítani, vagy megközelíteni a 65-öt:</p> $6 \cdot (5 + 1) + (6 \cdot 3) = 54$ $(6 + 1) \cdot (5 + 3) + 6 = 62$ $[6 \cdot (6/3) + 1] \cdot 5 = 65$ <p>A kihúzott szám megközelítésével gyakorolják a négy alapműveletet és a zárójelhasználatot.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>5. Egyenletesen növekvő számsorozat vizsgálata</p> <ul style="list-style-type: none"> – Indítsatok 3-tól egy 3-mal egyenletesen növekvő számsorozatot a füzetetekben! Egymás alá írjátok a számokat 60-ig! – <i>Elkezdi a sorozat felírását a táblán.</i> Hány sorra lesz szükségünk? – Csak akkor kezd el egy oldalon, ha a sorozat mindegyik számára van ott hely! <p><i>Ellenőrzéskor befejezi a sorozat felírását.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Soroljátok fel egymás után a sorozat páratlan számait! – Milyen számsort kaptunk? – Soroljátok fel egymás után most a sorozat páros számait! – Milyen számsort kaptunk? – Mi lehet az oka, hogy mindkét esetben hatosával növekvő sorozatot olvastatok le? – Mit gondoltok, milyen sorozatot kapunk minden negyedik szám leolvasásával? – Válasszunk ki a sorozatból két egymás alatti számot, pl. a 21-et és a 24-et! Adjátok össze a füzetetekben a két számot! – Ha jól számoltatok, az eredményt megtaláljátok a sorozatban. Nézzétek meg, hányadik tagja a sorozatnak! – Mi lehet a magyarázat? <p>– A 3-ról induló, hármassával növekvő sorozat 7. tagját leírhatjuk úgy is, hogy $3 \cdot 7$, a 8. tagját úgy hogy $3 \cdot 8$.</p> <p style="padding-left: 20px;">$3 \cdot 7 + 3 \cdot 8 = 3 \cdot 15$ <i>Mutatja a sorozaton, mely számokról beszél, és leírja a táblára.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Próbájuk ki más számokkal is! Ha összeadjuk a sorozat 9. és 10. számát (<i>Mutatja is közben</i>), a sorozat melyik számát kapjuk meg eredményül? – Válasszunk ki egy számot a sorozat 10. és 20. tagja között! Legyen pl. az 54! Bontsátok két olyan szám összegére, ahol legalább az egyik tagja a sorozatnak! Ne csak egyet írjatok! – Figyeljétek meg a bontott alakok számait! Keressetek olyat, amelyik nem tagja a sorozatnak! 	<p>Ha 30-ig íránk, akkor 10 sort használnánk. $60 = 30 + 30 \rightarrow 20$ sorra lesz szükség.</p> <p>Hármassával növekvő számsorozatot készítenek.</p> <p>Felsorolják a sorozat páratlan számait: 3, 9, 15, 21, 27 ... Észreveszik, hogy hatosával növekvő számsort olvastak le.</p> <p>Felsorolják a sorozat páros számait: 6, 12, 18, 24, 30 ... Észreveszik, hogy ismét hatosával növekvő számsort olvastak le.</p> <p>Megfigyelik, hogy a páros és páratlan számok váltakozva követik egymást, és ha a hármassával növekvő sorozatban kettesével lépkedünk, akkor két hármassal lépés együtt egy hatos lépésnek felel meg.</p> <p>Leolvassák, hogy tizenkettesével növekvő számsort kapnak, mert négy hármassal lépés egy tizenkettes lépésnek felel meg. 12, 24, 36, 48</p> <p>Elvégzik a két szám összeadását: $21 + 24 = 45$</p> <p>Megállapítják, hogy az eredményül kapott 45 a sorozat 15. száma.</p> <p>Megfigyelik, hogy összeadták a sorozat 7. és 8. tagját, és így kapták a 15. tagját.</p> <p>Leolvassák, hogy a 9. és 10. számot összeadva a 19. számot kapják meg: $27 + 30 = 57$</p> <p>Az 54-et két szám összegére bontják. Pl.: $48 + 6$, $33 + 21$, $30 + 24$...</p> <p>Megállapítják, hogy ha a bontott alak egyik száma megtalálható a sorozatban, akkor a másik is.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>6. 100 bontása – összeg és különbség változásainak megfigyelése Előkészítetteti a 100-as beosztású mérőszalagot és az 5. feladatlapot.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Bontsuk a 100-at a mérőszalag segítségével! A bontásnak megfelelően hajtsátok a mérőszalagot! – Hajtsátok úgy, hogy a szalag egyik vége a 20-nál legyen! <i>Ő is hajtja, és mutatja.</i>  <ul style="list-style-type: none"> – Olvassuk le a szalag két oldaláról melyik két számra bontottuk a százat! – Mennyi a két szám különbsége? – Ilyen módon kell az 1. feladatot megoldanotok. Az első kettőt oldjuk meg közösen! <i>Kivetíti a táblázatot. A gyerekekkel együtt hajtja a mérőszalagot, és tölti ki a táblázatot.</i> – Hajtsátok úgy a szalagot, hogy két szám különbsége 40 legyen!  <ul style="list-style-type: none"> – Olvassuk le a szalag két oldaláról, melyik két számra bontottuk a 100-at! Írjátok be a táblázatba! – Mennyi a két szám különbsége? Ezt is írjátok be a táblázatba! – Most úgy hajtsátok a szalagot, hogy a felső részéről a 20-at lehessen leolvasni! – Mennyi a másik szám? – Olvassátok le a két szám különbségét! – A további bontásokat végezzétek el önállóan, és töltsétek ki a táblázatot! <i>Ellenőrzéskor ismét kivetíti a táblázatot.</i> – Hasonlítsátok össze az első két bontás számpárjait! <i>Mutatja is a 40 – 60 és a 30 – 70 számpárokat.</i> – Nézzétek meg, hogyan változott a számok összege és különbsége! – Hasonlítsuk össze az utolsó két bontás számpárjait is! <i>Mutatja is az 50 – 50 és a 35 – 65 számpárokat.</i> Hogyan kellett változtatnunk a számpárok tagjait, hogy az összegük ne változzon, maradjon 100? 	<p>A mérőszalagjukat meghajtják úgy, hogy az egyik vége a 20-nál legyen.</p> <p>Az egyik oldalról leolvassák a 40-et, a másiktól a 60-at.</p> <p>Leolvassák, hogy a két szám különbsége a 20.</p> <p>A mérőszalagjukat meghajtják, úgy, hogy az egyik vége a 40-nél legyen.</p> <p>Az egyik oldalról leolvassák a 30-at, a másiktól a 70-et.</p> <p>Leolvassák, hogy a két szám különbsége a 40. Amit leolvastak, beírják a táblázatba.</p> <p>Meghajtják a szalagjukat a jelzett módon. Leolvassák, hogy az egyik szám a 20, a másik a 80, és a két szám különbsége 60. A leolvasottakat beírják a táblázatba. A táblázatban megadott számoknak megfelelően hajtogatással bontják a 100-at. A kivetített táblázattal összehasonlítva ellenőrzik a kitöltést.</p> <p>Megfigyelik, hogy az egyik szám 10-zel csökkent, a másik pedig 10-zel nőtt. Megállapítják, hogy az összeg nem változott, a különbség viszont 20-szal nőtt.</p> <p>Összehasonlítják a számpárokat, megfigyelik, hogy az egyik szám 15-tel csökkent, a másik ugyanannyival nőtt, ezért maradt az összeg mindkét esetben 100.</p>

– Gondoltam két számot. Összegük 100, különbségük pedig 10. melyik lehet ez a két szám? Mit gondoltok, hogyan kereshetnénk meg a két számot?

A tanító döntse el, hogy az osztály képességei, aktuális tudásszintje alapján, milyen segítséget ad az osztálynak vagy egyes tanulóknak.

– Megkereshetik az előző feladathoz hasonlóan a számszalag hajtogatásával.

– Tervezhető próbálgatást is javasolhat.

– Megmutathatja szakaszos ábra lejegyzésével a megoldás keresését. Felrajzolja a táblára:

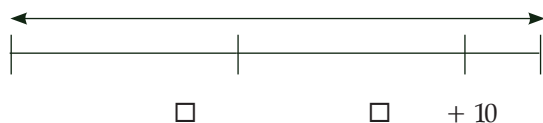
Ha az egyik szám \square



A másik szám 10-zel nagyobb



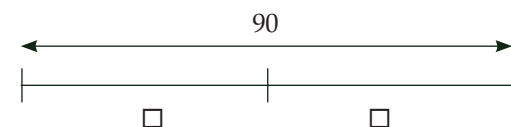
A két szám összege pedig 100



Ha az egyik szám nem lenne 10-zel több a másikonál, mekkora lenne együtt a két szám?

Felrajzolja ezt is szakaszos ábrával.

– A két ugyanakkora szám együtt 90



– Mekkora az egyik szám?

– Mekkora a 10-zel nagyobb másik szám?







Számszalag hajtogatását leolvassva megállapítják, hogy a két szám a 45 és 55.

Kiválasztanak egy számpárt, melynek összege 100. Pl. a 30 és 70. Kiszámítják különbségüket: 40 Megállapítják, hogy csökkenteni kell a különbséget, növelik az első számot, és ugyanannyival csökkentik a másikat. Pl. 40 és 60. Kiszámítják ezek különbségét: 20. Megfigyelik, hogy még mindig csökkenteni kell a két szám különbségét. Kipróbálják a 45-55 számpárt, és összegét, különbségét kiszámítva, megállapítják, hogy ez a jó számpár.

Megfigyelik a szakaszos ábrázolást.

Leolvassák, hogy ha az egyik szám nem lenne 10-zel több a másikonál, akkor a két szám együtt 90 lenne.

Ha a két szám együtt 90, akkor az egyik szám 45.
A másik szám 55.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>7. Kinek marad több pénze? – A különbség változásai. <i>Párokat alakít ki. Játékpénzt – százas, húszas, tízes, ötös, kettős, egyes – készített elő. A táblára kiteszi a vásárolható áruk képét (3. melléklet), a radír kivételével. Páronként egy-egy írólapot oszt ki.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Mindenkinek 100 Ft-ja van. Ebből vásárolhattok majd a táblán látható dolgok közül egy dolgot. Tegyétek magatok elé a pénzeteket! – A párok tegyék maguk közé az írólapot, az lesz a pénztár. Tegyetek rá tízesekből, húszasokból, ötösökből hármat-hármat, kettésekéből, egyesekből pedig kilenc darabot. Ide kerül majd a vásárlók által fizetett pénz, és ezekből tudtok visszaadni a vásárlónak. – Először a páros egyik tagja a vásárló, a másik a pénztáros. A vásárló választ a táblán látható áruk közül egyet, kifizeti a pénztárosnak. A pénztáros az írólapra rakja a pénzt, ha szükséges, visszaad. – Ha lezajlott a vásárlás, cseréljétek! Aki az előbb vásárló volt, most pénztáros lesz, aki pénztáros volt, vásárolni fog. – Jegyezzétek is le a fizetéseket a vásárlásokat! Megmutatom hogyan. <p><i>Táblára felírja:</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Fizettem: <input type="text"/> Ft-ot</p> <p>Maradt: <input type="text"/> Ft-om</p> <ul style="list-style-type: none"> – A párok hasonlítsák össze, ki költött többet! – Most azt nézzétek meg, kinek maradt több pénze! – <i>Kirakja a táblára a radír képét is.</i> A megmaradt pénzből még mindenki vásárolhat. Már csak egy 8 Ft-os radír maradt eladó. Tegyétek a pénztárba az árát! – Jegyezzétek le ezt a vásárlásokat is! Most azt írtok középre, amennyi pénzetek az előző vásárlásból maradt! – Nézzétek meg most kinek maradt több pénze! – Most mindenki ugyanannyit fizetett, és mégsem ugyanannyi pénzetek maradt. Miért? 	<p>Maguk elé készítének 100 Ft-ot.</p> <p>Az írólapra teszik a megadott pénzeket.</p> <p>Pl.: a vásárló egy 64 Ft-os festéket választ. Odaad a párjának (a pénztárosnak) a 100 Ft-jából 64 Ft-ot. A pénztáros az írólapra teszi a pénzt.</p> <p>Ezután cserélnek. Most a másik gyerek választ pl. egy 86 Ft-os tollat. Kifizeti az árát a 100 Ft-jából. Társa az írólapra teszi a pénzt.</p> <p>Leírják a füzetükbe vásárlásukat.</p> <p>Pl:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Fizettem: <input type="text"/> Ft-ot</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Maradt : <input type="text"/> Ft-om</p> <p>Megnézik egymás vásárlásának lejegyzését, megállapítják, ki fizetett többet. Összehasonlítják a maradék pénzüket, megállapítják, kinek maradt több pénze. Megállapítják, hogy 100 Ft-ból annak maradt több pénze, aki kevesebbet fizetett.</p> <p>Megmaradt pénzükből 8 Ft-ot az írólapra tesznek.</p> <p>Leírják a füzetükbe vásárlásukat.</p> <p>Pl:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Fizettem: <input type="text"/> Ft-ot</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Maradt : <input type="text"/> Ft-om</p> <p>Összehasonlítják maradék pénzüket, megállapítják, kinek maradt több pénze. Megállapítják, hogy bár ugyanannyit költöttek, de nem ugyanannyiból. Annak maradt több pénze, akinek több volt eredetileg.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység																														
<p>8. Műveletek kapcsolatai – összeg, különbség, szorzat változásai Minden csoportnak kiosztja az előző órán adott házi feladat bontott alakjait kártyákra írva (4. melléklet).</p> <ul style="list-style-type: none"> – Tegyétek le középre a kártyákat, és körben haladva, húzzon mindenki egyet. Addig folytassátok a húzást, míg el nem fogynak a kártyák! A kihúzott kártyákat, mindenki úgy tegye le maga elé, hogy a többiek is lássák! – A feladatokat az lesz, hogy az asztal közepén rendezzétek az összes kártyát a rajtuk lévő számok nagysága szerint növekvő sorba. – A következőképpen tegyétek meg: először körben haladva mindenki olvassa fel a saját kártyáin lévő műveleteket! – Aki úgy gondolja, hogy nála van a legkisebb szám, tegye be azt középre! A megmaradt kártyák közül keressétek a következő legkisebbet! Természetesen, menet közben, ha szükséges, módosíthatok a kártyák sorrendjén. Az egyenlő számokat tartalmazó kártyákat rakjátok egy oszlopba (egymás alá)! – Ahol tudtok, próbáljatok számolás nélkül dönteni! <p><i>Ellenőrzéskor a helyes sorrendet kiteszi a táblára. Először a sorrend helyességét ellenőrzik.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Volt-e, ahol számolás nélkül tudtatok dönteni? – Vizsgáljuk meg azokat a kártyákat, amelyeken ugyanaz a szám áll! <p>– Hasonlítsátok össze a $8 \cdot 4$-et és a $2 \cdot 16$-ot!</p> <p>– Hasonlítsátok össze a $24 \cdot 2$-t és a $6 \cdot 8$-at!</p> <p>– Hogyan változtak a tényezők a $3 \cdot 18$ és a $9 \cdot 6$ esetében?</p> <p>– Miért nem változtak az egymás alatti szorzatok?</p> <p>Házi feladat: a füzetetekben mindegyik számot írjátok fel más alakban is!</p>	<p>Kiosztják a kártyákat. Közös növekvő sorba rendezik.</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$8 \cdot 4$</td> <td>$5 \cdot 7$</td> <td>$24 \cdot 2$</td> <td>$98 / 2$</td> <td>$3 \cdot 18$</td> <td>$7 \cdot 8$</td> </tr> <tr> <td>$64 - 32$</td> <td>$70 / 2$</td> <td>$6 \cdot 8$</td> <td>$7 \cdot 7$</td> <td>$9 \cdot 6$</td> <td>$112 - 56$</td> </tr> <tr> <td>$64 / 2$</td> <td></td> <td>$96 - 48$</td> <td></td> <td>$45 + 9$</td> <td>$28 \cdot 2$</td> </tr> <tr> <td>$2 \cdot 16$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>(32)</td> <td>(35)</td> <td>(48)</td> <td>(49)</td> <td>(54)</td> <td>(56)</td> </tr> </table> <p>Vélhetően számolás nélkül el tudták dönteni, hogy az $5 \cdot 7$ kisebb, mint a $7 \cdot 8$, észrevéve, hogy nagyobb számot szoroztak nagyobb számmal. A $7 \cdot 7$ és $7 \cdot 8$ esetében is tudnak számolás nélkül dönteni.</p> <p>Feltehetően szintén tudtak számolás nélkül dönteni a $64 - 32$; $112 - 56$ esetében. Ha megfigyelik, hogy majdnem kétszer akkora számból vettek el az előző kivonandónál nem sokkal nagyobb számot. Szintén észrevehetik, hogy a 98 felének nagyobbának kell lennie, mint a nála kisebb 70 felének.</p> <p>Megfigyelik, hogy az egyik tényező negyedére csökkent, a másik pedig négyszeresére nőtt.</p> <p>Megfigyelik, hogy az egyik tényező itt is negyedére csökkent, a másik pedig négyszeresére nőtt.</p> <p>Megállapítják, hogy az egyik tényező háromszorosára nőtt, a másik pedig harmadára csökkent.</p> <p>A megfigyeltek alapján megfogalmazzák, hogy ahányszorosára nőtt az egyik tényező, annyiszorosára csökkent a másik.</p>	$8 \cdot 4$	$5 \cdot 7$	$24 \cdot 2$	$98 / 2$	$3 \cdot 18$	$7 \cdot 8$	$64 - 32$	$70 / 2$	$6 \cdot 8$	$7 \cdot 7$	$9 \cdot 6$	$112 - 56$	$64 / 2$		$96 - 48$		$45 + 9$	$28 \cdot 2$	$2 \cdot 16$						(32)	(35)	(48)	(49)	(54)	(56)
$8 \cdot 4$	$5 \cdot 7$	$24 \cdot 2$	$98 / 2$	$3 \cdot 18$	$7 \cdot 8$																										
$64 - 32$	$70 / 2$	$6 \cdot 8$	$7 \cdot 7$	$9 \cdot 6$	$112 - 56$																										
$64 / 2$		$96 - 48$		$45 + 9$	$28 \cdot 2$																										
$2 \cdot 16$																															
(32)	(35)	(48)	(49)	(54)	(56)																										