

---

# ISMERKEDÉS A GÖMBBEL

---

25. MODUL

KÉSZÍTETTE: LÉNÁRT ISTVÁN

# MODULLEÍRÁS

<b>A modul célja</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A tudatos észlelés és megfigyelés fejlesztése.</li> <li>– Tájékozódás a gömbfelületen közvetlen kísérletezés, tapasztalatszerzés útján.</li> <li>– A síkfelület és a gömbfelület hasonló és eltérő alaptulajdonságainak érzékeltetése.</li> <li>– A síkbeli és gömbi egyenes vonal fogalmának érzékeltetése.</li> <li>– Az irány fontosságának megértetése: tájékozódás síkbeli és gömbi vonal mentén.</li> <li>– A tengelyes tükrözés, a tükörkép előállítás, megfigyelése síkon és gömbön</li> <li>– Egész felbontása egyenlő részekre: törtfogalom előkészítése.</li> <li>– Sokszög előállítása, felismerése síkon és gömbön.</li> </ul>
<b>Időkeret</b>	3 óra
<b>Ajánlott korosztály</b>	2. osztály (7–8 évesek)
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	<p>Azokhoz a modulokhoz kapcsolódik, amelyek</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– a síkbeli és térbeli tájékozódást fejlesztik;</li> <li>– a sík egyenes vonalának alaptulajdonságait, alakzatok azonosságát és különbözőségét, a tükrözés tulajdonságait vizsgálják;</li> <li>– előkészítik a bennfoglalás és a tört fogalmát.</li> </ul>
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A kreativitás fejlesztése.</li> <li>– A tájékozódási képesség fejlesztése.</li> <li>– Az együttműködési és kommunikációs képesség, a szóbeli kifejezőképesség fejlesztése.</li> <li>– Képzleteti tevékenység ellenőrzése tárgyi tevékenységgel.</li> <li>– A rugalmas gondolkodás, a váltás, a döntésképeség fejlesztése.</li> <li>– Az összehasonlító, megkülönböztető képesség alakítása.</li> <li>– A becslés és mérés képességének fejlesztése.</li> </ul>

## AJÁNLÁS

A gyerekek már iskoláskor előtt is sokszor találkoznak a gömbbel. Ezek a találkozások többnyire kellemes emlékekhez kötődnek (labda, gyümölcs, fagyalt, stb.).

Ebben a modulban a gömböt szokatlan szerepben, rajzfelületként ismerik meg a gyerekek. A gömbön való rajzolás játék és öröm számukra, ugyanakkor hozzájárul ahhoz, hogy elinduljanak a geometriai fogalomalkotás útján. A síkfelület és a gömbfelület összehasonlítása drámai feszültséggel, játékosággal, élettől tölthet meg esetleg száraznak tűnő fogalmakat is.

A síkfelületen történő rajzolással, méréssel és szerkesztéssel párhuzamosan végzett gömbi rajzolás, mérés és szerkesztés olyan manipulatív – vizuális élmények és tapasztalatok forrása, amelyek a későbbiek folyamán nagyon sokat segíthetnek mind a síkgeometriai, mind a gömbi geometriai fogalmak mélyebb megértésében.

Amikor a gyerek „egyenest” próbál húzni a gömbön, keze, karja, izmai mozgásán érzi, hogy ez az „egyenes” más, mint amit a füzetlapról ismer. Mind a mozgás, mind a látvány elindíthat benne egy csak később megfogalmazandó kérdést: mit is jelent az „egyenes” a különféle felületeken? Milyen érveket és ellenérveket találhatunk, ha egy bizonyos gömbi vonalat a síkbeli egyenes megfelelőjének tekintünk?

Ha a gömb tetejére pontot rajzol, és elmozdítja a gömböt, akkor a pont megváltozott helyzete elgondolkoztathatja őt a „fent és lent” fogalmairól. Ha a gömböt körbejárja, és visszajut a kiindulási pontba, újragondolhatja az irány fogalmát.

Igen messze mutató tulajdonság a gömb végessége. Ez egyrészt a geometriai fogalmak megértésében segít (hiszen itt nincs szükség az emberen túli „végtelen” bevezetésére), másrészt pedig az egység, a törtfogalom előkészítésében játszhat fontos szerepet. A véges, mindenütt homogén felületű gömb talán minden geometriai formák közül legérthetőbben reprezentálja az „egység” fogalmát. A gömb – mindennapi életünkből jól ismert – darabolásai pedig elvezetik a gyereket a tört fogalmához.

Jelentős szerepe lehet a gömbformának az időfogalom alakításában. A modul során találkozhat a gyerek a négy részre osztott gömbfelülettel, amelyet a négy évszak megjelenítésére is felhasznál. Az önmagában forgó, bizonyos szempontból állandó, bizonyos szempontból örökösén változó gömb, rajta az egymás után következő évszakok jeleivel, rendkívül szemléletesen érzékelteti időfogalmunk sok fontos tulajdonságát.

A sík és a gömb szembeállítása véleménycserére, vitára, közös gondolkodásra ösztönöz. A gyerek megtanulja megfogalmazni saját álláspontját, és ugyanakkor megőrizni nyitottságát a másik ember gondolataival, véleményével kapcsolatban. Vitapartnerében nem legyőzendő ellenfelet lát, hanem társat és segítőt az igazság keresésében.

A kiscsoporton belüli munkamegosztás a gyorsabban haladóknak módot ad arra, hogy ötleteikkel, gondolataikkal segítsék társaikat is és saját metakogníciójukat is.

A sík és gömb összehasonlítása mindezeket a fogalom-érlelési folyamatokat játékos, esztétikus, önálló tevékenység útján indítja el a gyerekekben. Nem mások által ráerőltetett parancsként, hanem saját tevékenysége által felvetett, később tisztázandó problémaként éli meg a geometriai, matematikai és kommunikációs fogalomalkotást. A maga gyermekmódján ő is „a semmiből új világot teremt”.

## ÉRTÉKELÉS

- aktívan részt vesz-e az alkotó tevékenységben,
- a modulban folyamatos megfigyeléssel követjük, hogy ki-ki,
- nyitott-e az önálló kísérletezésre, tapasztalásra,
- megpróbál-e önálló véleményt alkotni, felvállalva a hibázás lehetőségét is,
- megérti-e a szóban adott feltételeket, képes-e ezeknek megfelelő alkotást létrehozni, és azt összevetni a feltétellel,
- képes-e tapasztalatait kifejezni,
- képes-e mások munkáját figyelemmel követni, jóindulatú véleményt mondani, ötletekkel segíteni,
- képes-e a síkbeli és gömbi alakzatok azonosítására és megkülönböztetésére,
- kialakult-e benne a gömbi főkörnek mint a síkbeli egyenes vonal megfelelőjének intuitív képe,
- segített-e ez a síkbeli fogalmak mélyebb megértésében,
- képes-e a maga által alkotott rajzból matematikai jellegű észrevételeket, következtetéseket levonni.

## TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta: *Matematika tankönyv*. Ált. isk. 2. osztály, I–II. kötet

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Matematika tankönyv*. Ált. isk. 3. osztály

# MODULVÁZLAT


Változat	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyagtartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
A háromórás modul sokféle, egymással összekapcsolódó tevékenységet tartalmaz. Célszerűnek látszik egyetlen táblázatban összefoglalni a valamennyi tevékenységre többé-kevésbé érvényes kritériumokat.						
<b>I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése</b>		A síkbeli, gömbfelületi és térbeli tájékozódás fejlesztése. A geometriai fogalomalkotás előkészítése. A kísérletezés, következtetés, véleménycsere szerepének felismerése, erősítése a megismerési folyamatban. A becslés és mérés képességének fejlesztése, az összehasonlító, megkülönböztető-képesség alakítása, kapcsolatok felismerése mennyiségek, mértékegységek, mérőszám között. Szóbeli kifejezőképesség fejlesztése. Az időfogalom fejlesztése. A törtfogalom előkészítése.		Döntően kb. négyfős kiscsoportos tevékenység, az összefoglalásoknál frontális, illetve frontálisan szervezett egyéni munka.	Gyakorlati tevékenység, irányított és kötetlen, kiscsoporton belüli beszélgetés, vita.	Alkalmi mérőeszközök, papírlapok, logikai készlet elemei, kiscsoportonként egy rajzgömb és tartozékai, többek között négyszínű filctollkészlet, alma, keménypapírok, például dobozos üdítők dobozainak fémborításos papírja a sablonok készítéséhez, olló, gyurmaragasztó.
Szabadon választott figurák, rajzok megalkotása a gömbfelületen.						
<b>II. Az új tartalom feldolgozása</b>						
1. A megrajzolt figurák közötti gömbi geometriai kapcsolatok vizsgálata (legrövidebb út, töröttvonal, távolság).						
2. Sorrendiség és irány síkon és gömbön. (15–20 perc)						
3. Gömb kerületének mérése körbe érő papírfigurákkal.						
4. Síkbeli és gömbi kép és tükörkép rajzolása sablonnal.						
5. Gömbfelület felosztása négy egybevágó tartományra.						
6. Gömbfelület felosztása nyolc egybevágó tartományra.						
<b>III. Az új tartalom összefoglalása, ellenőrzése, értékelése</b>						
Értelemszerűen, folyamatosan az egyes lépések során, egy-egy fontosabb új fogalom megismerésével kapcsolatban.						

## A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.


I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése: szabadon választott figurák, rajzok megalkotása a gömbfelületen	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>A tanító mindegyik, körülbelül négyfős kiscsoportnak kiosztja a gömböket, az alátétgyűrűket, tóruszokat, legalább annyi filctollat, ahány gyerek van, és legalább egy, nedves sarkú törölőalkalmatosságot (rongydarab, papírsebkendő, vagy már puha papír).</p> <p>Megkéri a gyerekeket, hogy mindenki rajzoljon a gömbre néhány, kb. 3 cm átmérőjű (mint a logikai készlet nagyobb körlapjai) rajzot, mindenfelé a gömbön. (Azért nem nagyobbat, hogy egy-egy rajz helye a gömbön még jól érzékelhető legyen – azaz, hogy erős túlzással még gömbi pontnak is tekinthessük a rajzot.)</p>	<p>A gyerekek ismerkednek a gömbbel és a tórussszal.</p> <p>A gyerekek kb. négyfős csoportokban foglalkoznak egy-egy gömbbel. Mindegyikük két-három, nem túl nagy, ábrát rajzol a gömbre – mindenfelé: a cél, hogy „belakják” a gömbfelületet. A témát ki-ki szabadon választhatja: gyakori a szív, virág, emberfigura, fa, autó, repülőgép, hajó, felhő, de szerepelt már kottafej és esernyős veréb is. Körülbelül tíz-tizenöt percig rajzolnak; a színes filctollakat egymás között cserélgetik. Munka közben szabadon mozoghatnak a gömb körül, megbeszélhetik egymással ötleteiket. Dicsérendő, ha egy-egy csoport tagjai megállapodnak valamilyen történetben, és a történetre fűzik fel a figurákat.</p> <p>A munka végén mindegyik gömbön körülbelül nyolc-tíz rajz szerepel, köztük egymáshoz közeli és egymástól távoliak is.</p>

## II. 1. Az új tartalom feldolgozása: A megrajzolt figurák közötti gömbi geometriai kapcsolatok vizsgálata (legrövidebb út, töröttvonal, távolság)

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>A gömb mint földgömb vagy mint a kisherceg mesebeli bolygója szerepelhet. Ha a tanító szükségesnek látja, maga talál ki háttértörténeteket, amelyek a gömbi geometria alapfogalmai felé vezetik a gyerekeket. Ezek az alapfogalmak: a legrövidebb gömbi út, amely a gömbi egyenes vagy más néven főkör egy darabját jelenti (pl. az egyenlítő vonala a földgömbön); főkördarabokból álló töröttvonalak, illetve görbe vonalak a gömbön; adott ponttól legmesszebb eső pont a gömbön, az átellenes pont vagy sarkpont fogalma (ilyen pont a végtelen síkon nem létezik).</p> <p>Hogyan jut el legrövidebb gömbi úton a királylány az almafáig? És ha közben még a focistától is autogramot akar kérni? Ha itt tenger van, merre menjen, aki csak szárazon tud közlekedni? És a hajósok, ők merre hajózzanak?</p> <p>Autóval elindulunk hazulról, elmegyünk az almafáig, leszüreteljük az almát, elviszük nagyieknak, felét odaadjuk, a többit hazavisszük (zárt sokszög).</p> <p>Melyik vonal hosszabb, melyik rövidebb? Hogyan tudnád megmutatni, megmérni? Hányat lép a kisherceg vagy a hétmérföld-csizmás óriás a kisbolygón, hogy innen ide érjen?</p> <p>Ha a logikai készlet egyforma darabjait rakjátok egymás után, melyik forma a legjobb – háromszög, négyszög vagy kör? (A kör lap, mert mindenfelé ugyanakkora átmérőjű. Nagyon jó válasz, ha valaki felfedezi, hogy a négyszög vagy háromszög is jó, ha ügyesen rakjuk.)</p>	<p>Feladat</p>  <p>A gyerekek kísérleteznek, rajzolnak a gömbön. Először közeli, azután távolabbi rajzok között szabad kézzel rajzolják a legrövidebb gömbi utat.</p> <p>Ha három rajz körülbelül egy gömbi egyenesre, vagyis főkörre esik, akkor két közeli rajz összekötése után megpróbálják kiterjeszteni, meghosszabbítani a már megrajzolt főkördarabot a harmadik rajzig.</p> <p>Három vagy több, nem egy főkörre eső rajz között főkördarabokból álló töröttvonalat rajzolnak.</p> <p>Három vagy négy rajz között zárt gömbi sokszöget rajzolnak.</p> <p>Használhatnak bármilyen eszközt: a logikai készlet egymás után illesztett, egyforma darabjait (ha egyszerre akarják kirakni a távolságot, össze kell dolgozniuk, hogy az egyes darabok le ne essenek – esetleg pici gyurmaragasztóval odaerősíthetik a lapokat), papírcsíkot, zsineget; de kipróbálhatják azt is, hogy ujjakkal lépegetnek körülbelül ugyanakkora lépéseket a gömbön.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>A lényeg itt nem a mérés pontossága, hanem a „hosszabb” és „rövidebb” összehasonlításának lehetősége.</p> <p>A hegycsúcstól mi van legmesszebb a gömbön? Rajzolj oda valamit! Honnan gondolod, hogy az esik legtávolabb a hegycsúcstól? Segít-e, ha átkukucskálsz a gömbön?</p> <p>A II. 2. tevékenységhez a gömböket nem kell letörölni!</p>	<p>A kirakás itt már nehezebb, az átkukucskálás (szemben a csoporttárs figyelő szeme) könnyebb.</p> <p>Nagyon gyakran úgy érzékelik az átellenes pontok kitüntetett helyzetét, hogy két átellenes pontban megpróbálják felemelni és megforgatni a gömböt. Másik módszer, hogy a hegycsúcot a gömb legtetejére forgatják, és megnézik, mi van ekkor legalul? Utána a hegycsúcot forgatják legalulra, és ebben a helyzetben a gömb tetejére rajzolnak valamit – ha még üres ez a hely. Ha már van ott rajz, akkor ezt a rajzot azonosítják a hegycsúcstól legmesszebb fekvő ponttal.</p>
<b>II. 2. Az új tartalom feldolgozása: sorrendiség és irány síkon és gömbön</b>	
<p>Csoportonként, papírcsíkra rajzoljatok olyasféle rajzokat egy sorban, amiket a gömbre rajzoltatok! Vágjatok ki ablakot másik papírcsíkból!</p> <p>Játsszuk azt, hogy az ablak vonatablak! Húzzátok el az ablakot a megrajzolt papírcsík fölött, egyenesen, jobbra! Soroljátok az éppen látott tárgyakat! Figyeljétek a sorrendet!</p> <p>Meddig kellene húznom az ablakot jobbra, hogy megint visszaérjek ugyanahhoz az almafához? (Sohasem érek vissza.)</p> <p>Most az ablak maradjon egy helyben, és a rajzolt csíkot mozgassátok az előzővel ellenkező irányban, egyenesen, balra! Most milyen a sorrend? (Ugyanaz.)</p> <p>Meddig kellene húznom a megrajzolt papírcsíkot balra, hogy megint visszaérjek ugyanahhoz az almafához? (Sohasem érek vissza.)</p> <p>Soroljátok fel mindazokat a dolgokat, amik az almafa és a szélmalom között vannak! Soroljátok fel mindazokat, amik nincsenek az almafa és a szélmalom között! (Vagy-vagy!)</p>	<p>A gyerekek az előbbi, még a gömbön látható rajzokkal nem feltétlenül azonos, de hasonló méretű és jellegű rajzokat rajzolnak a papírcsíkra. Másik papírcsíkból „ablakot” vágnak ki, amelybe belefér az első csíkon látható legnagyobb rajz is.</p>




Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>Most ugyanezt az ablakos papírcsíkot simítsátok a gömbre, és húzzátok el a gömb fölött jobbra, az almafától elindulva, úgy, hogy ne gyűrődjön! Játsszuk azt, hogy az ablak repülőablak! Soroljátok el, mit láttok az ablakból! Figyeljétek a sorrendet!</p> <p>Meddig kell húznom az ablakot jobbra, hogy megint visszaérjek ugyanahhoz az almafához? (Amíg körbepülöm a gömböt.)</p> <p>Most az ablak maradjon egy helyben, és forgassátok a gömböt tartó gyűrűt, rajta a gömbbel, az almafától elindulva, egyenesen balra! Most milyen a sorrend? (Ugyanaz.)</p> <p>(Azért a gyűrűt kell forgatni, mert, ha a gömböt forgatnánk, akkor könnyen elgurulhatna, vagy más rajzok kerülnének az ablak mögé. Ha a gyűrűt forgatjuk, akkor a gömbön levő rajzok magassága az asztallaphoz képest nem változik.)</p> <p>Meddig kell forgatnom a gyűrűt, rajta a gömbbel, balra, hogy megint visszaérjek ugyanahhoz az almafához? (Amíg a gömb egyszer körbefordul.)</p> <p>Gyorsabban haladóknak: soroljátok fel mindazokat a dolgokat, amik az almafa és a szélmalom között vannak! Soroljátok fel mindazokat, amik nincsenek az almafa és a szélmalom között! (Meglépetés: mindegyikük az almafa és a szélmalom között van – vagy „előlről”, vagy „hátról”. Csak úgy lehet megkülönböztetni a két esetet, hogy melyikük van az almafa és a szélmalom közötti rövidebbik, és melyik a hosszabbik főkördarabon.)</p>	<p>Ha a gömbre simított papírcsík körülbelül olyan széles, mint a papírcentiméter (2,5 cm–3 cm), akkor jól követi, jól mutatja a gömbi egyenes, a gömbi főkör vonalát – begyűrődik, ha eltérünk a gömbi főkörtől. A mozgó papírcsík tehát főkör mentén halad. Segíthetünk az egyes csoportoknak úgy beállítani a gömböket, hogy a főkör mentén „körbepülő” papírcsík minél több rajz fölött repüljön el.</p> <p>A képen a rajzgömb látható, alatta a támasztó gyűrűvel, tóruccsal, a gömbön pedig egy gömbi vonalzóval, amely főkörívek, illetve teljes főkör rajzolására használható.</p> 

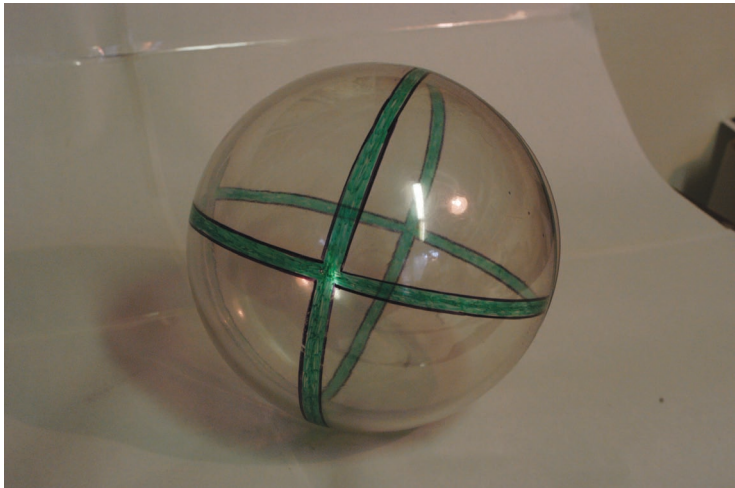
II. 3. Az új tartalom feldolgozása: gömb kerületének mérése körbeérő papírfigurákkal	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>Ezt a tevékenységet tiszta gömbön kezdjük.</p> <p>Először rajzoljunk a füzetbe! Ha az emberkéek egymás kezét fogják, hány emberke kell ahhoz, hogy a füzetlap egyik szélétől a másikig érjünk?</p> <p>Legyen az egyik emberkének piros kalapja, egy másiknak kék (nem szomszédosak, és nem is a két legszélső)! Hány emberke van a piros és a kék emberke között? Hány van máshol? (Dicsérendő, ha valaki megkérdezi: számítsuk-e bele a piros, illetve a kék emberkét is. Játsszuk azt, hogy nem számítanak bele egyik csoportba sem.) (Vagy a piros és kék között van egy figura, vagy nem. A gömbön más lesz a helyzet.)</p> <p>(Azért nem színezzük ki a két figurát mindenestől, mert akkor a gömbön nagyon sok tintát kellene pocskélnunk.)</p> <p>Hány emberkét kellene rajzolnunk, hogy a pirostól megint visszaérjünk a pirosig? (Sohasem érünk vissza.)</p> <p>Vegyük most a gömböt! Hány emberke éri körül a gömböt?</p> <p>Legyen az egyik emberkének piros kalapja, egy másiknak kék (nem szomszédosak)! Hány emberke van a piros és a kék emberke között? Hány van máshol? (Meglépetés: a gömbön mindegyik figura a piros és kék figura között van – vagy „előlről”, vagy „hátról”. Csak aszerint tehetünk különbséget, hogy a rövidebbik vagy hosszabbik főköríven van-e az adott figura. Ha pedig mindkét irányban ugyanannyi figura van, akkor semmilyen különbséget nem tudunk tenni a kétféle „között” között!)</p>	<p>A gyerekek kb. gyerektenyérynyi sablont vágnak ki keménypapírból. Nagyon sokféle papíryanag áll rendelkezésre, elsősorban különféle élelmiszer-ipari csomagolóanyagok, például teásdoboz papírja; különösen alkalmas a dobozos üdítők doboza, mert a fémfóliával kombinált papír jól követi a felület alakját. Széttárt karú figurát rajzolnak, hosszú karokkal – a hosszú kar kegyes csaláshoz kell, ha a gömbi körberajzolás során nem záródnának megfelelően a figurák (azaz nem egész számú figura érne körbe a gömböt). A gömb főkörének kerülete kb. 64,5 cm, tehát kb. 3 cm-es figurákból 22 darab, 5 cm-esekből 13 darab, 10,5 cm-es csdaládból pedig 6 darab éri körül a gömböt.</p> <p>A figurával a füzetlapon, egyenes mentén, egymás kezébe kapaszkodó sablonfigurákat rajzolnak a gyerekek.</p> <p>Most a figurával főkör mentén (például a két félgömb összeillesztése mentén, de ehhez egyáltalán nem kell ragasztoknunk, sőt igen jó, ha a gyerek maga próbálja a gömbi egyenes helyét megtalálni, és eredményét szavakban önteni) egymás kezébe kapaszkodó sablonfigurákat rajzolnak a gyerekek.</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>Hány emberkét kellene rajzolnunk, hogy a pirostól megint visszaérjünk a pirosig? (Megszámolják: itt lehetséges az, ami a síkon lehetetlen volt.)</p> <p>Ha nagyobb vagy kisebbel rajzoljátok, több vagy kevesebb kellene? (Nagyobbal kevesebb, kisebbel több.)</p> <p>Most rajzoljatok családot!</p> <p>Hány család éri körbe a gömböt?</p> <p>Gyorsabban haladóknak kombinatorikus feladat: lehet-e a családokat úgy rajzolni, hogy szülő csak gyerek kezét fogja?</p>	<p>Három- vagy négytagú családokat rajzolnak, három vagy négy sablonfigurával, amelyek feltűnően más méretűek és ruházatúak (szoknya–nadrág; női kalap–férfikalap, kislány és kislány). Egy teljes, három vagy négy darabból álló sorozat egy családot jelent. Ha akarják, a sablonrajzokat egyéníthetik (szemüveg, bajusz, hosszú haj, színes szoknya). A családtagok mindig azonos sorrendben kövessék egymást (például: Anya–Apa–Lánytestvér–Fiútestvér)!</p>

## II. 4. Az új tartalom feldolgozása: síkbeli és gömbi kép és tükörkép rajzolása sablonnal

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>Le tudjuk-e fedni egymással a két figurát? Ha a síkból kiemeljük és visszatesszük a síkba, akkor igen!</p> <p>Játsszuk el most szóról szóra ugyanezt a gömbön, vagy egy gömbfóliából kivágott darabbal, vagy egy síkdarabbal, mint sablonnal!</p>  <p>Az ábrán két tükörképi háromszög látható, amelyekkel ugyanaz a helyzet, mint az aszimmetrikus sablonfigurákkal: nem lehet fedésbe hozni őket, csak erőszakkal (átpattintással).</p>	<p>A gyerekek aszimmetrikus, hosszúkás, kb. 8-10 cm hosszú és 4-5 cm széles mosolygó (nem szimmetrikus!) sablonfigurát vágnak ki papírból. (Nagyon sokféle papíryanag áll rendelkezésre, elsősorban különféle élelmiszeripari csomagolóanyagok, például teásdoboz papírja; különösen alkalmas a dobozos üdítők doboza, mert a fémfóliával kombinált papír jól követi a felület alakját.) Körberajzolják a füzetlapon, azután megfordítják, és átlátszó síkfólián újra körberajzolják.</p> <p>Az első rajzot a sablonnal az üres gömbfelületre rajzolják a gyerekek, a másodikat egy félgömbfóliára. A félgömbfóliát mozgatják, forgatják, először a gömbön, aztán megpróbálják „fordítva”, vagyis a félgömböt és a gömböt egymással szembe fordítva lefedni egymással a két figurát.</p> <p>A két, egymással olyannyira rokonnak látszó alakzatot semmilyen trükkel nem lehet pontos fedésbe hozni! A gömbön más a kongruencia feltétele, mint a síkon.</p> <p>Érdekes, mulatságos kép, ahogyan a két szimmetrikus figura orra épp összeér a gömbön.</p> <p>(Azért nem két gömbfólia-darabbal kísérleteznek a gyerekek, mert a sikertelen próbálkozás feletti mérgükben gyakran átpattintják az egyik fóliát, és így tökéletes tükörképet nyernek. Nehéz megérteniük, hogy ez az átpattintás itt nem engedélyezett! A félgömbfólia viszont túl nagy ahhoz, hogy ilyesmi eszükbe juthasson.)</p>

## II. 5. Az új tartalom feldolgozása: gömbfelület felosztása négy egybevágó tartományra

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>A tanító bemutatja, hogyan lehet egy gömbölyű almát késsel először két, aztán négy egyforma darabra szétvágni (C. Neményi Eszter–Sz. Oravecz Márta: Matematika 2./II. osztály, 73. oldal).</p>  <p>Hány részre osztottuk a gömböt? (Négyre.) Milyen alakúak? Milyen gyümölcsre emlékeztetnek? (Narancsgerezdekre.) Hány csúcsuk van? (Kettő.) Hány oldaluk van? (Kettő.) Egyformák-e? (Igen, mind a négy egyforma.) Egy-egy rész hány másikkal határos? (Kettővel.)</p> <p>Legyen a négy rész: tavasz, nyár, ősz, tél. Rajzoljatok be sorban az egyes évszakokra jellemző dolgokat az egyes részekbe! Forgassátok a gömböt, mutassátok meg, hogyan következnek egymásra az évszakok!</p> <p>Hány évszak telik el ugyanabban az évben tavasz és tél között? (Kettő.) Hány évszak telik el az idei nyár és a jövő évi tél között? Próbáljátok ki a gömbön! (Öt.) Hány évszak van összesen a tavalyi ősz és a jövő évi ősz között? (Nyolc.)</p>	<p>A gyerekek a félgömbfólia élét vonalzóval használva, rajzzal követik az alma-vágáskor keletkező metszsvonalakat. Vannak, akik felhasználják a két félgömb összeillesztésének vonalát, de vannak olyanok is, akik valamennyi vonalat maguk kívánják megrajzolni. Hagyjuk őket a maguk feje után menni! Figyelmeztessük őket, hogy a vonal megrajzolása után várjanak egy kicsit (fél percet) a félgömbfólia elmozdításával, mert akkor a tintának van ideje száradni, és nem maszatolódik el a gömbfelületen.</p> <p>(Azért nem a gömbvonalzót használjuk, mert a gömbvonalzó többféle éle megzavarhatja a gyerekeket – ugyanis csak a skálázott élek rajzolnak gömbi főköríveket. A félgömbfóliánál ilyen tévedés kizárt.)</p> <p>Bármilyen, az évszakhoz kapcsolható kisebb rajz megfelel.</p>

II. 6. Az új tartalom feldolgozása: gömbfelület felosztása nyolc egybevágó tartományra	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>A tanító ismét bemutatja, hogyan lehet egy gömbölyű almát késsel először két, aztán négy egyforma darabra szétvágni. Ezután bemutatja, hogyan lehet késsel a négy egyforma almadarabot összesen nyolc egyforma darabra szétvágni.  Hány darab ország keletkezett a gömbből? (Nyolc.)  Milyen alakúak? A logikai készlet melyik elemére hasonlítanak leginkább? (Háromszög alakúak.)  Hány csúcsuk van? (Mindegyiknek három.)  Hány oldaluk van? (Mindegyiknek három.)  Egyformák-e? (Igen.)  Egy-egy ország hány másikkal határos?  (Ha határosnak a közös határvonallal rendelkező tartományokat nevezzük – tehát a közös csúcs nem elég –, akkor mindegyik tartomány három másikkal határos.)  Rajzoljatok mindegyik ország közepébe piros, fekete, kék vagy zöld karikát, úgy, hogy szomszédos országokban ne legyen azonos színű karika!</p> <p>(Azért nem színezzük ki a tartományokat, mert rengeteg tintát pazarolnánk.)</p> <p>Most próbáljátok meg ugyanezt három színnel!  Most próbáljátok meg két színnel!</p>	<p>A gyerekek megrajzolják mind a három, egymásra páronként merőleges főkört a félgömbfólia éle mentén.</p> <p>Meglepő módon két szín is elég, tehát három vagy négy bőségesen elegendő.</p>