
ÍRÁSBELI SZORZÁS ELŐKÉSZÍTÉSE; TÖBBTAGÚ ÖSSZEADÁSOK, TÖBBSZÖRÖZÉSEK

37. modul

KÉSZÍTETTE: KONRÁD ÁGNES

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Szorzótáblák gyakorlása. Analogiák megerősítése 0-ra végződő két- és háromjegyű számok többszörözésével. Az írásbeli szorzás eljárásának előkészítése a szorzás összeadásra való visszavezetésével és a százask, tízesek, egyesek összegére bontott szorzandó szorzásával.
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	8–9 évesek; 3. osztály; 30. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: keresszttantervi NAT szerint: környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás, Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 19. modul (Szorzatok számítása), 20. modul (Szorzatok becslése, maradékos osztás) Ajánlott megelőző tevékenységek: 30. modul (Írásbeli összeadás)
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás Analogiás gondolkodás Mennyiségi következtetés Összefüggés-felismerés

AJÁNLÁS

Ezen az évfolyamon egyjegyű szorzóval tanuljuk az írásbeli szorzást. Előkészítésének fontos eleme a szorzótáblák felelevenítése, gyakorlása. Ahhoz, hogy az írásbeli szorzást el tudják végezni tanítványaink, a kisegyszeregy minden esetét gyorsan és hibátlanul kell tudniuk. Az eljárás előkészítését egyenlő tagú összeadásokkal végezzük, mert ez csak formájában különbözik az írásbeli szorzástól. Ugyanazon képen értelmezve másik módon – a szorzandót százasok, tízesek és egyesek összegére bontva, külön-külön számítjuk szorzatukat – elvégezzük a szorzást. Mindkét gondolat meg fog jelenni az eljárás tanításában.

Hasonlóan a többi írásbeli művelethez, itt is fontos szerepe lesz a becsléseknek az ellenőrzésnél. A becsléseket készítjük elő a 0-ra végződő számok szorzásával.

A váltások fontosságát, a helyiértékes gondolkodást erősítjük a különféle számrendszerekben az alapszámmal való szorzással.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*, Nemzeti Tankönyvkiadó–Budapesti Tanítóképző Főiskola, Budapest.

C. Neményi Eszter–Dr. R. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása*; Tantárgypedagógiai füzetek; ELTE TÓFK kiadványa, Budapest

ÉRTÉKELÉS

A modulban **figyeljük**

- a kisegyszeregy biztos ismeretét;
- a szorzás értelmezésének kialakultságát;
- a számrendszeres gondolkodás alakulását;
- a 0-ra végződő két- és háromjegyűekkel való műveletvégzést.

Értékeléseink során az előre megjelölt szempontokat célszerű kiemelni.

MODULVÁZLAT

Időterv:

1. óra: I. 1–II. 4
2. óra: II. 5–II. 8.

	Lépések, tevékenységek (a melléletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Szorzások gyakorlása Szorzótáblák felelevenítése „Villámkártyákkal”	számolás, kooperáció	egész osztály	páros	kooperatív, játék	0305/3. mel- léklet szor- zókártyái (Ak/15.)
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Keresztrejtvény számokkal Számokkal megadott keresztrejtvény megfejtése	számolás	egész osztály	frontális, egyéni	rejtvényfejtés	1. feladatlap
	2. Szorzás a számrendszer alapszámával – balra lépés a helyiérték-táblázatban	számolás, számrendszeres gon- dolkodás	egész osztály	frontális, páros	tevékeny- kedtetés	3-as, 4-es, 10-es szám- rendszer pé- nzei (Ak/19), füzet
	3. Kétjegyű és 0-ra végződő számok többszörözése – analógiák megerősítése	számolás, analógiás gondolkodás	egész osztály	frontális, egyéni	feladat- megoldás	1. feladatlap

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	4. Állandó különbségű sorozat folytatása Mennyiségek sorozatának folytatása váltásokkal. Következtetés a sorozat 10., 15., 20. tagjára Házi feladat: Mennyiségek sorozatának folytatása Szorzások gyakorlása játékos feladattal	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály, differenciálás a feladat mennyiségében	frontális, egyéni	feladat- megoldás	1. feladatlap
	5. Többtagú összeadások Többtagú összeadásokhoz megadott összegek közül a megfelelő kiválasztása becsléssel. Írásbeli összeadás. Mennyibe kerül?	számolás, becslőképesség, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontális, egyéni, csoportos	feladatmeg- oldás	2. feladatlap
	6. Több egyenlő tag összeadása Azonos összeget adó egyenlő tagú összeadások. Magyarázat keresése az azonos összegekre	számolás, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontális, egyéni	feladatmeg- oldás, beszélgetés	2. feladatlap
	7. Szorzás kétféleképpen – eszközzel Többszörözés játékpénzzel egyenlő tagú összeadásként és százasok, tízesek, egyesek szorzatának összeadásával.	számolás	egész osztály	frontális, egyéni	tevékenyked- tetés	játékpénz, füzet
	8. Szorzás kétféleképpen – eszköz nélkül Többszörözés egyenlő tagú összeadásként és szá- zasok, tízesek, egyesek szorzatának összeadásával Házi feladat: Adott szám és kétszeresének, háromszorosának összeadása Szöveges feladat	számolás	egész osztály	frontális, egyéni	feladatmeg- oldás	2. feladatlap

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

Írásbeli szorzás előkészítése; többtagú összeadások, többszörözések	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Szorzások gyakorlása <i>Kiosztja a csoportoknak a Villámkártya csomagok közül a szorzókártyákat (0305/3. melléklet – kék kártyák: 2-es – 10-es szorzótáblák, zöld kártyák: 11-es – 15-ös szorzótáblák) (Ak/15.)</i> <i>„Ahhoz, hogy megtanulhassátok az írásbeli szorzást, nagyon jól kell tudni a szorzótáblákat. Ezt fogjuk gyakorolni a Villámkártyákkal. Párokban fogtok dolgozni. A páros mindkét tagja húz mindkét csomagból 5–5 kártyát. Az egyik gyerek átadja szorzókártyáit társának, aki felolvassa a rajta lévő műveletet, a társa megoldja. Ha jól válaszolt, visszakapja a kártyáját. Ha nem, megnézheti az eredményt, de a kártyát nem kapja vissza. Ha mindegyik kártyára sor került, cseréljete! Amennyiben mindegyikőtök mindegyik szorzást tudta, ugyanilyen módon folytathatjátok újabb 5-5 kártyával. Amennyiben nem, a félretett kártyákkal folytassátok!”</i> <i>Az osztály aktuális tudása alapján döntse el, mennyit gyakorolnak, illetve előveszik-e a későbbi órákon is a villámkártyákat.</i></p>	<p>Párokban egymást kérdezve, ellenőrizve gyakorolják a szorzásokat.</p>
II. Az új tartalom feldolgozása	
<p>1. Keresztrejtvény számokkal <i>Előkészítetteti a feladatlapokat (1. feladatlap), kivetíti az 1. feladat keresztrejtvényét.</i> <i>„Az 1. feladat keresztrejtvényébe nem szavakat, hanem a megadott műveletek eredményeit kell beírni. Fejtsétek meg a rejtvényt!”</i></p>	<p>Leolvassák, hogy a függőleges 1-hez a $12 \cdot 4$ eredményét, vagyis 48-at kell írni. Beírják a megfelelő helyre.</p>

Amennyiben még nem találkoztak hasonló rejtvényvel:

„Az első feladatban egy keresztrejtvényt kell megfejtenetek. A számokkal jelölt négyzetekbe vízszintes vagy függőleges irányban a megadott műveletek eredményeit kell beírnotok. Minden négyzetbe egy számjegyet lehet írni. Olvassátok le, mit kell írni a függőleges 1-hez! Számoljátok ki, írjuk be! Utána érdemes a vízszintes 3-at keresni, hisz már tudjuk az első számjegyét. Számoljátok ki, írjuk be!” Ő is írja a kivetített rejtvénybe.

„Folytassátok önállóan!”

Ellenőrzéskor ismét kivetíti a rejtvényt, és beírja a gyerekek által mondott megoldásokat.

Leolvassák, hogy a vízszintes 3-hoz $11 \cdot 8$ eredményét, 88-at kell írni. Beírják a keresztrejtvény megfelelő helyére.

Hasonló módon önállóan megfejtik a keresztrejtvényt, majd közösen ellenőrzik.

1		2		
4		9		
3	4		5	6
8	8		8	1
	7	8		0
	4	5		0
9	10		11	
5	0		1	0
9		12		
		4	8	0

2. Szorzás a számrendszer alapszámával – balra lépés a helyiérték-táblázatban

Párokat szervez, kiosztja a 3-as és 4-es számrendszer pénzeit, előkészíteti a 10-es számrendszer érméit. (Ak/19.)

„Tegyétek magatok elé Háromas-ország pénzeit, és készítsetek hozzá táblázatot a füzetetekben! A páros egyik tagja tegyen ki 23 Ft-ot a lehető legkevesebb érmével, párja ellenőrizze a kirakást. Ha jónak találja, jegyezzétek le a leltárt a helyiérték-táblázatba! A páros másik tagja háromszorozza meg a kirakott pénzt úgy, hogy mindegyik érmefajta alá a háromszorosát tegye! Társa ellenőrizze, majd amit lehet, váltson be. Ezt is jegyezzétek le a táblázatba!”

Először ellenőrizzék a háromszorozást és a beváltásokat, majd hasonlítsák össze az induló és a háromszorozott pénz lejegyzését.

A hármas számrendszer pénzeivel kiraknak 23 Ft-ot, lejegyzik a helyiérték-táblázatba.

	27	9	3	1
		2	1	2

Mindegyik érmét háromszorozzák, beváltják, amit lehet, lejegyzik a táblázatba.

	27	9	3	1
		2	1	2
		6	3	6
		6	5	0
		7	2	0
	2	1	2	0

„Most Négyes-ország pénzeivel folytatjuk. A füzetetekben készítsétek el a táblázatot! Ugyanolyan módon, mint az előző feladatnál, 23 Ft-ot tegyetek ki a lehető legkevesebb érmevel, és jegyezzétek le a táblázatba! Négyeszerézzétek a kirakott pénzt az érmék négyeszerzésével! Váltatok be, amit csak lehet, és jegyezzétek le ezt is a táblázatba!”

„Hasonlítsátok össze Négyes-ország táblázatában a két lejegyzést!”

„Folytassátok saját pénzeinkkel Tíz-es-országban! Készítsétek el a táblázatot! Ismét 23 Ft-ot tegyetek ki, a kirakást jegyezzétek le! Majd tízszerézzétek a kirakott pénzt az eddigiekhez hasonló módon! A beváltások után jegyezzétek le a táblázatba! Itt is hasonlítsátok össze a két lejegyzést!”

Megfigyelik, hogy mindegyik számjegy eggyel balra tolódott, és az egyesek helyére 0 került.

A négyes számrendszer pénzeivel kiraknak 23 Ft-ot, lejegyzik a táblázatba.

	64	16	4	1
		1	1	3

Négyeszerézik a pénzürméket, amit lehet, beváltanak, lejegyzik a táblázatba

	64	16	4	1
		1	1	3
	1	1	3	0

Megállapítják, hogy a négyeszerzés után mindegyik számjegy eggyel balra tolódott, és az egyesek helyére 0 került.

Kiraknak tízesekből, egyesekből 23 Ft-ot, lejegyzik kirakásukat.

	1000	100	10	1
			2	3

Tízszerézik a kirakott pénzürméket, amit lehet, beváltanak, kirakásukat lejegyzik.

	1000	100	10	1
			2	3
		2	3	0

Megfigyelik, hogy a tízszerzés után minden számjegy eggyel balra tolódott, és az egyesek helyére 0 került.

3. Kétjegyű és 0-ra végződő számok többszörözése – analógiák megerősítése

„Az 1. feladatlap 2. feladatában minden szorzást legalább 3 művelettel folytassatok. Akinek jut rá ideje, 5 művelettel is folytathatja.”
Felolvasással ellenőrzik a szorzatokat.

Egyjegyű számokat, majd ennek analógiájára kerek tízeseket, százásokat, kétjegyűeket és 0-ra végződő háromjegyűeket szoroznak.
Közösen ellenőrzik munkájukat.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>4. Állandó különbségű sorozat folytatása Felírja a táblára a sorozat első 2 tagját: 1 liter 4 deciliter, 2 liter 8 deciliter „Mit gondoltok, hogyan folytatódhat a sorozat?” Egy taggal folytatja a sorozatot: 1 liter 4 deciliter, 2 liter 8 deciliter, 4 liter 2 deciliter „Mi lehet a sorozat szabálya? Folytassátok a füzetetekben 4 taggal!” A táblára felírva ellenőrzik. „Vajon mi lesz a sorozat 10. tagja? Mi lesz a sorozat 15. tagja? Hány l és hány dl lesz a 20. tag? Ellenőrizték a sorozat folytatásával!” Felolvasással ellenőrzik.</p> <p>Házi feladat: A következő sorozatot otthon folytassátok egyenlő lépésekkel legalább a 10. tagig. Akinek van kedve, folytathatja a 20. tagig is. Váltatok, ahol szükséges! 26 dkg, 52 dkg, 78 dkg, A másik feladatot a feladatlapon oldjátok meg! Csökkenő sorrendben kell a szorzások eredményeit a 3. feladat rajzán összekötnötök, és megtudjátok, hogy ki kergeti a cicát.</p>	<p>Megállapítják, hogy lehet pl. kétszerező sorozat, vagy 1 liter 4 decilitert kell mindig hozzáadni a sorozat előző tagjához. Folytatják a sorozatot egyenlő lépésekkel: 1 liter 4 deciliter, 2 liter 8 deciliter, 4 liter 2 deciliter, 5 liter 6 deciliter, 7 liter, 8 liter 4 deciliter, 9 liter 8 deciliter.</p> <p>Megállapítják, hogy 10 l 40 dl, azaz 14 l lesz a sorozat 10. tagja (az 1 l 4 dl 10-szerese). Folytatják a sorozatot a 10. tagig.</p> <p>Megállapítják, hogy a 15. tag 15 l 60 dl, azaz 21 l lesz (az 1 l 4 dl 15-szöröse vagy a 10. tag + az 1 l 4 dl 5-szöröse). A 20. tag az 1. tag 20-szorosa vagy a 10. tag 2-szerese, azaz 20 l 80 dl, illetve 28 l. Folytatják a sorozatot a 20. tagig.</p>
<p>5. Többtagú összeadások Házi feladat ellenőrzése: Felolvasással ellenőrzik a sorozat folytatását. Megmutatják a pontok összekötésével kapott képet. Néhány szorzás eredményére rákérdez.</p> <p>„A 2. feladatlap 1. feladatában döntsetek el, melyik vásárlóhoz melyik kosár tartozik! Becslés segítségével keressétek a kosarak tulajdonosait!” A pontos számolás előtt ellenőrizze a becsléseket!</p> <p>„Hogyan döntöttétek el, kihez tartoznak a kosarak?” „A rajz alatt számoljátok ki pontosan a blokkokra írt összegeket!” „A négy összeadás közül melyiket volt a legegyszerűbb kiszámolni?”</p>	<p>A tagok százasokra kerekített értékeinek összeadásával becsülik az összegeket. A: ≈ 1000 B: ≈ 1000 C: ≈ 1000 D: ≈ 800</p> <p>Megállapítják, hogy becsléssel nem lehet dönteni, hiszen az első három összeg mindegyikét 1000-re becsülték. Megfigyelhetik viszont a végződéseket, és ezek alapján megsejthetik, melyik összeg melyik összeadáshoz tartozik. Beszámolnak róla, hogyan gondolkodtak. Írásbeli összeadásokkal pontosan kiszámolják a blokkokon lévő összegeket. A D jelűt, mert nem kellett összeadni az egyes helyiértékeken álló számjegyeket,</p>

<p>„Melyik összeadásnál hívhattátok még segítségül ezt a módszert?”</p> <p>Csoportokban folytatják tovább. „Válasszon mindegyik csoport egy kosarat és a hozzá tartozó blokkot! Ha egy élelmiszerüzletben vásároltok, vajon mi minden kerülhet a megadott árakon a kosárba? Beszéljétek meg, mi kerülhet annyiba, mint ami a blokkon szerepel, és „töltsétek meg” a kosaratokat! Figyeljétek arra a D és a B jelű blokknál, hogy az azonos árak különböző árukat jelölnek!”</p> <p>Ellenőrzéskor szóban számoljanak be a csoportok. Fény derülhet arra, mennyire vannak tisztában az alapvető élelmiszerek árával. A nagy eltéréseket – pl. 67 Ft vagy 356 Ft 1 l tej – okvetlenül korigálja, s környezetismeret vagy osztályfőnöki órán térjenek vissza rá!</p>	<p>hanem lehetett a négyszeresüket számolni, mert csak egyforma számjegyek szerepeltek az egyes helyeken.</p> <p>Az A műveletnél az egyesek helyén álló számoknál, a B műveletben pedig az egyesek és tízesek helyén álló számjegyek között is volt azonos.</p> <p>Közösen megbeszélik, mi kerülhet 243, 67, 138 stb. forintba. Beszámolnak elképzeléseikről.</p>
<p>6. Több egyenlő tag összeadása</p> <p>„Végeztétek el a következő feladat összeadásait! (2. feladatlap, 2. feladat) Próbáljatok minél egyszerűbben számolni, hasonlóan, mint az előző feladatban!”</p> <p>Ellenőrzéskor kivetíti a műveleteket.</p> <p>„Mi lehet a magyarázata, hogy mindegyik összeg ugyanannyi lett?”</p> <p>„Figyeljétek meg azt a műveletet, ahol a 38-at 12-szer vettétek összeadandónak, és azt, ahol a 114-et 4-szer vettétek összeadandónak!</p>	<p>Elvégzik az azonos tagok összeadását az egyes helyiértékeken álló számjegyek többszörözésével. Megállapítják, hogy mindegyik összeg 456 lett.</p> <p>Megfigyelik, hogy négyszer összeadva a 114-et ugyanannyit kaptak, mint kétszer összeadva a 228-at. Megállapítják, hogy a 228 kétszerese a 114-nek.</p> <p>Hasonló módon megállapítják, hogy a 76-nak kétszerese a 152, és a 152-t háromszor véve ugyanannyit kaptak, mint a 76-ot hatszor véve.</p> <p>A 38 fele a 76-nak, és tizenkétszer kellett összeadandónak venni, hogy ugyanannyi legyen, mint a 76 hatszor véve.</p> <p>A 76-hoz hozzáadták a kétszeresét és a háromszorosát, az ugyanannyi, mintha hatszor adták volna össze.</p>

Hány 38-at kell összefognunk, hogy 114-et kapjunk?
Hány ilyen hármasra tagolhatjuk az összeadást?"

$$\begin{array}{r}
 38 \quad \} \quad 114 \\
 38 \quad \} \quad 114 \\
 38 \quad \} \quad 114 \\
 38 \quad \} \quad + 114 \\
 38 \quad \} \quad \hline 456 \\
 38 \\
 38 \quad \} \\
 38 \quad \} \\
 38 \quad \} \\
 38 \quad \} \\
 + 38 \\
 \hline 456
 \end{array}$$

Megállapítják, hogy három 38 összefogása ad 114-et. Leolvassák, hogy a tizenkét 38 négy ilyen hármasra tagolható.

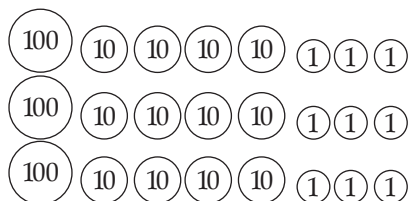
7. Szorzás kétféleképpen – eszközzel

Játékpénzt készít és készített elő. A táblánál együtt végzi a gyerekekkel a feladatot.

„Katinak 143 Ft-ja van. Rakjátok ki magatok elé százasokból, tízesekből, egyesekből a legkevesebb darabbal!

Barátnőjének 3-szor annyi pénze van. Mennyi pénze van Kati barátnőjének?

A kiszámoláshoz először rakjuk ki így:” *Kirakja a táblán.*



Kiraknak maguk elé 143, Ft-ot.

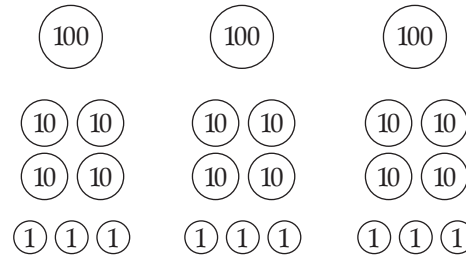


Leolvassák, hogy $143 + 143 + 143$ illetve $143 \cdot 3$

Kiszámolják írásbeli összeadással: 429.

„Olvassátok le számtannyelven a kirakást!
 Számoljátok ki írásbeli összeadással a füzetetekben!
 Kirakhatjuk úgy is, hogy mindegyik pénzérmét háromszorozzuk. Rakjátok ki!” Ő is rakja a táblánál.
 „Kiszámolhatjuk úgy is a 143 háromszorosát, hogy százasokra, tízesekre és egyesekre bontva háromszorozunk, és összeadjuk a szorzatokat.”
 Felírja a táblára is
 $(100 \cdot 3) + (40 \cdot 3) + (3 \cdot 3)$
 Számoljátok így is ki!”

Kirakják a 143 háromszorosát a pénzérmék háromszorozásával.



Kiszámolják a 143 háromszorosát a másik módon.
 $(100 \cdot 3) + (40 \cdot 3) + (3 \cdot 3) = 300 + 120 + 9 = 429$

8. Szorzás kétféleképpen – eszköz nélkül

Felírja a táblára a következő szorzást:
 $214 \cdot 3$
 „Írjátok fel ezt a szorzást a füzetetekbe egyenlő tagú összeadásként! Számítsátok is ki!”
 „Írjátok fel százások, tízesek és egyesek háromszorozásaként! Így is számítsátok ki!”
 „Ugyanilyen módon kétféleképpen végezzétek el a szorzásokat a 3. feladatban!”
Házi feladat: „A 4. feladatban figyeljétek meg, ha egy számhoz hozzáadjátok a kétszeresét és a háromszorosát, hányszor akkora számot kaptok, mint az induló szám!
 Oldjátok meg a szöveges feladatot is! Kétféleképpen számoljátok!”

A füzetükben egyenlő tagú összeadással kiszámítják a szorzást.

$$\begin{array}{r} 214 \\ 214 \\ +214 \\ \hline 642 \end{array}$$

Felírják a másik módon is, és kiszámítják.
 $(200 \cdot 3) + (10 \cdot 3) + (4 \cdot 3) = 600 + 30 + 12 = 642$