
A BECSLÉSEK FINOMÍTÁSA

21. modul

KÉSZÍTETTE: C. NEMÉNYI ESZTER

MODULLEÍRÁS

A modul célja	Az ezres számkörben való tájékozottság mélyítése. A 0-ra végződő számokkal végzett műveletek (összeadás, kivonás, egyjegyű számmal és kerek tízessel való szorzás, osztás) gyakorlottá tévése. A becslés, közelítés jogosultságának elfogadtatása. A becslőképesség fejlesztése.
Időkeret	2 óra
Ajánlott korosztály	8–9 évesek; 3. osztály; 18. hét
Modulkapcsolódási pontok	Tágabb környezetben: keresttantervi NAT szerint: környezeti nevelés, énkép, önismeret, tanulás Kompetenciaterület szerint: szociális és környezeti. Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkon belül: 15–20. modul Ajánlott megelőző tevékenységek: az ezres számkör számaival való ismerkedés; a számrendszeres, helyiértékes alak értelmezése, gyakorlása; a műveletek értelmezése, és számolási eljárások a százás számkörben, összeadás, kivonás pontosan 0-ra végződő háromjegyűek körében, és közelítéssel százás és tízes kerekítés szerint. Kerek tízesek szorzása egyjegyűvel, a megfelelő osztások; szorzások a tényezők szorzatra, illetve összegre bontásával.
A képességfejlesztés fókuszai	Számlálás, számolás Analogiás gondolkodás Mennyiségi következtetés Valószínűségi szemlélet Összefüggés-felismerés, összefüggés-alkalmazás Tudatos és akaratlagos emlékezés.

AJÁNLÁS

A tanult műveletek végzésében – a pontos és közelítő számításokban – rövid idő alatt nem lehet eljutni jó gyakorlottsági szintre. Főképpen azoknak a gyerekeknek lehet szükségük sok gyakorlásra, akik az alapos megértésig is nehezen jutnak el. Egy részüktől komoly teljesítményt jelent, ha az eddig tanult szabályos eljárást követni tudják, s ebben sem érnek el nagy gyorsaságot. A következő két órának egyik fontos feladata: hogy az ő számukra biztosítson további gyakorlási lehetőségeket a pontos számítások végzésében, a százásokra, illetve tízesekre kerekített értékekkel való közelítésekben. Ugyanakkor a jobb képességű, független gondolkodású tanulóknak igénye lehet arra is, hogy a jól algoritmizálható úttól eltérő módokat is megismerjenek, követhessenek számolásaikban, becsléseikben. A becslések finomításának újabb lehetőségeit differenciáltan, elsősorban velük dolgozzuk ki – különösebb elvárások nélkül.

Az összeg becslésének új finomítási módja annak figyelembevételére épít, hogy az összeg akkor tér el csak kis számmal a pontos értéktől, ha a kerekítés a tagokat ellenkező irányban, nagyjából egyenlő mértékben változtatja. Ha mindkét számot egyaránt csökkenti, vagy egyaránt növeli, akkor a két változás összegződik, és – százásokra kerekítés esetén – akár a 100-at is megközelítheti. Ezért, ha a szabályos kerekítés mindkét számot azonos irányban változtatná meg, akkor meg kell fontolni, hogy nem célszerű-e ettől eltérni, és a két tag százas szomszédját ellentétes irányban választani meg. Pl. a $448 + 341$ összeg „szabályos” közelítése $400 + 300$ lenne. Minthogy a 448-tól csaknem 50-nel eltér a 400, a 341-től 40-nel a 300, a közelítő összeg kb. 90-nel lesz kisebb a pontos értéktől. Ha viszont a 448-at több mint 50-nel nagyobb számmal, az 500-zal helyettesítjük, miközben a másikat a szabályos kerekítés szerint 40-nel kisebb számmal, a 300-zal, akkor a becslt összeg csak kb. 10-zel tér el a pontos összegtől.

Több tagú összeg finomabb közelítésének egy másik lehetséges módja az, hogy nem kerekítjük a számokat, hanem összeválogatjuk közülük azokat, amelyek együtt kb. valamely kerek százast adják, s ezeket a részösszegeket összesítjük. Pl. a $122 + 247 + 176 + 49$ összeg jól közelíthető úgy, ha felismerjük: a 122 és 176 együtt kb. 300, a 247 és 49 együtt szintén kb. 300, tehát a négy szám összegét jól közelíti a $300 + 300$.

A különbség becslését finomíthatjuk (a tízesekre kerekítés helyett) úgy, hogy figyelembe vesszük, mitől nem változik egy különbség, illetve mitől változik kevésbé. Ha a kisebbítendőt és kivonandót ugyanolyan irányban, egyenlően változtatjuk, akkor a két szám eltérése nem változik. Ha azonos irányban nagyjából egyenlően változtatjuk, akkor kevésbé tér el a pontos különbségtől. Pl. a $763 - 248$ „szabályos” közelítése a százásokra kerekítéssel nagy „hibát” eredményez. (A $800 - 200$ közel 100-zal nagyobb a tényleges különbségnél.) Ennél lényegesen jobb közelítést jelent, ha most mindegyik számot a nagyobb, vagy mindegyiket a kisebb század szomszédjával helyettesítjük: $700 - 200$, illetve $800 - 300$ jóval közelebb van a pontos 515-höz. (Természetesen a tízesekre kerekített értékek különbsége most is finomabb közelítést jelent a százásokkal való közelítésnél!)

A finomításnak egy másik módja szintén a fenti észrevételre támaszkodik. Ha most csak a kivonandót kerekítjük százásokra, és megfigyeljük, hogy ennek következtében hogyan változott a szám, akkor megtehetjük, hogy kb. ugyanennyivel változtassuk a kisebbítendőt is. Példánkban tehát a 248-at 200-ra kerekítjük, ezzel kb. 50-nel kisebbre cseréltük a kivonandót. Ha szintén 50-nel kisebbre cseréljük a 763-at, akkor a különbség nem, vagy csak igen kevésbé fog eltérni a pontos különbségtől: $713 - 200 = 513$, ami valóban nagyon jó közelítés.

E módszerek követése azért nehezebb az eddig tanultaknál, mert alkalmankénti mérlegelést és döntést igényel. Ezért javasoljuk, hogy ne terheljük vele az osztály minden tanulóját. Legyen a két óra tartalma – a háttérismeretek felújításán túl – szinte teljes egészében differenciált gyakorlás.

TÁMOGATÓRENDSZER

C. Neményi Eszter–Wéber Anikó: *Kézikönyv a matematika 3. osztályos anyagának tanításához*. Nemzeti Tankönyvkiadó – Budapest 103–113. old.

C. Neményi Eszter–Dr. R. Szendrei Julianna: *A számolás tanítása; Tantárgypedagógiai füzetek*; ELTE TÓFK kiadványa, Budapest
Kapcsos könyv a matematika differenciált tanításához – tanulásához, Budapest, Országos Közoktatási Intézet KOMP-csoport, 2001.

ÉRTÉKELÉS

A modulban **figyeljük**

- a tanult számolási eljárások helyes, tudatos, értő követését;
- az önellenőrzés igényének alakulását;
- a szövegértést;
- a becslés jogosultságának elfogadását;
- a becslés technikáinak ismeretét;
- a véletlenről formálódó gondolkodás helyességét.

Értékeléseink során az előre megjelölt szempontokat célszerű kiemelni. Az ellenőrzés szempontjai közül az értékelés alapját képezheti már a pontos számolások hibátlansága, függesége, az eszközhasználat önállósága, illetve az elhagyás indokoltsága, valamint a becslésben követett eljárás megválasztásának helyessége, lépésenkénti helyes végrehajtása. A gyorsabban fejlődő tanulóknál külön értékelhetjük az új módszerek megértését és értelmes megválasztását, alkalmazását. Feltétlenül értékeljük a feladatvállalást, a munkában való részvételt, az egymás segítségét, az önellenőrzésre való törekvést, a szóbeli megnyilvánulások pontosságát, nyelvi helyességét, az írásbeli munka rendezettségét, szépségét, és értékeljük a tanult ismeretekben, készségekben való fejlődést, s a befektetett munkát. **A teljesítmények szummatív értékelésére kb. további egyhetes gyakorlás és mélyítés után kerülhet majd sor.**

MODULVÁZLAT

Időterv: 1. óra kb. I./1 és II./1–6.

2. óra kb. II./7–12.

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képességek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése						
	1. Számlálás egyesével, tízesével, százasaival számtáblázaton, fejben; számlálás kerek tízesekkel, kerek századokkal	számlálás, számolás, analógiás gondolkodás, számrendszeres gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni; majd páros	tevékenység-gel összekötött gyakorlás	kettős számtáblázat (19. modul 1. melléklet)
II. Az új tartalom feldolgozása						
	1. Mitől és hogyan függ az összeg nagysága, mitől és hogyan függ a különbség nagysága? a) Szituációk mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatban – hiányos adatokkal b) Játék dobókockákkal (összeadás)	problémamegoldás, szövegértés, mennyiségi következtetés, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	problémamegoldás, megbeszélés, játék	két nagy dobókocka, zsebszámológép
	2. Összeg, különbség becslése századokra kerekített értékek segítségével a) színes rudakkal b) fejben. Annak megfigyelése, hogy mikor kb. mennyit tévedünk.	mennyiségi következtetés, becslés, összefüggés-felismerés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni, csoportos	tevékenykedtetés, gyakorlás, megbeszélés, ellenőrzés	színesrúd-készlet, zsebszámológépek, 1. feladatlap


	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képeségek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	3. A becslés finomítása tízesekre kerekített számokkal a) pontos számolás 0-ra végződő számokkal; a tanult módszerek felelevenítése; a számítások ellenőrzése b) közelítés tízesekre kerekítéssel Annak megfigyelése, hogy mikor kb. mennyit tévedünk.	számolás, analógiás gondolkodás, mennyiségi következtetés, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	bemutató, megbeszélés, gyakorlás	játékpénz
B	4. Az összeg becslésének gyakorlása tízesekre kerekített számokkal	számolás, becslés	a nehezebben számolók	egyéni, csoportos	gyakorlás, megbeszélés	2. feladatlap, zsebszámoló- gép
C	4. Az összeg finomításának más módszerei: a művelet monotonitásának figyelembe vétele	számolás, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	a rugalmasabban gondolkodók	csoportos, frontálisan irányított egyéni	bemutató, gyakorlás, megbeszélés	2. feladatlap, zsebszámoló- gép
	5. Célbadobás szorzással	számolás, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni, illetve csoportos	játékos verseny	zsebszámoló- gép, korongok
	6. Házi feladat	számolás, becslés, az ismeretek alkalmazása	egész osztály; differenciáltan	egyéni	gyakorlás	zsebszámoló- gép
	7. A házi feladatok megbeszélése	számolás, becslés, az ismeretek alkalmazása	egész osztály; differenciáltan	frontálisan irányított egyéni	gyakorlás, ellenőrzés	zsebszámoló- gép

	Lépések, tevékenységek (a mellékletekben részletesen kifejtve)	Kiemelt készségek, képessegek	Célcsoport / A differenciálás lehetőségei	Tanulásszervezés		Eszköz (mellékletben: a feladatok, gyűjtemények, tananyag- tartalmak)
				Munkaformák	Módszerek	
	8. Mitől és hogyan függ az összeg nagysága, mitől és hogyan függ a különbség nagysága? a) Szituációk mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatban – nem minden adatot ismerve b) Játék dobókockákkal (kivonás)	problémamegoldás; szövegértés, mennyiségi következtetés, összefüggés-felismerés	egész osztály	frontálisan irányított egyéni, páros	probléma- megoldás, megbeszélés, játék	színesrúd- készlet, játékpénz, füzet, ceruza, vonalzó, egy nagy dobókocka
	9. Különbség becslése százásokra, tízesekre kerekített értékekkel	számolás, analógiás gondolkodás, mennyiségi következtetés, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni	bemutató, megbeszélés, gyakorlás	színesrúd- készlet, cm- beosztású mérőszalag, kettős számtáblázat (19. modul 1. melléklet)
B	10. A különbség becslésének gyakorlása	számolás, becslés	a nehezebben számolók	egyéni, csoportos	gyakorlás, megbeszélés	3. feladatlap
C	10. A becslés finomítása más módszerekkel	számolás, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	az önként vállalkozók	csoportos, frontálisan irányított egyéni	bemutató, magyarázat, szemléltetés, gyakorlás Megbeszélés	3. feladatlap, képpár (1. melléklet)
	11. Célbados szorzással	számolás, becslés, összefüggésekben való gondolkodás	egész osztály	frontálisan irányított egyéni, illetve csoportos	játékos verseny	zsebszámoló- gép
	12. Házi feladat	számolás, becslés, az ismeretek alkalmazása	egész osztály; differenciáltan	egyéni	gyakorlás	zsebszámoló- gép

A FELDOLGOZÁS MENETE

Az alábbi, részletes leírás célja elsősorban egyféle minta bemutatása. Nem lehet és nem szabad kötelező jellegű előírásnak tekinteni. A pedagógus legjobb belátása szerint dönthet a részletek felhasználásáról, módosításáról vagy újabb variációk kidolgozásáról.

A becslések finomítása	
I. Ráhangolódás, a feldolgozás előkészítése	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Számlálás egyesével, tízesével, százasával számtáblázaton, fejben; számlálás kerek tízesekkel, kerek százasokkal</p> <p><i>Szervezés:</i> (óra előtt felírhatja a táblára a 3. lépés számfeladatait, ha ezt addig el tudja takarni a gyerekek elől.)</p> <p>A kettős számtáblák (19. modul 1. melléklet) előkészítése</p> <p>„Számlálni fogunk. Azt kérem, hogy a számtáblán ceruzaheggyel mutassátok a kimondott számokat! Az egyik táblán, a jobb oldalin, azt a számot, amit megneveztek, a másikon pedig azt, hogy ez hány tízes!</p> <p>Pl. elkezdjük a 350-nel, akkor mit mutatunk a jobb oldali táblán, és mit a bal oldalin?</p> <p>– Számláljunk először tízesével 350-től növekvő sorban!</p> <p>– 510-től húszasával folytassátok!</p> <p>– 690-től harmincasával!</p> <p>– 930-tól visszafelé negyvenesével! Cseréljete a két tábla használatában!</p> <p>– 770-től hatvanasával csökkenő sorrendben tovább!</p> <p>– 410-től hetvenesével tovább is csökkenő sorrendben!</p> <p>Páros munkával folytassátok! Az egyik gyerek rámutat egy nem túl nagy számra a jobb oldali táblán, onnan kell a társának lépegetnie nyolcvanasával felfelé, amíg át nem lépi az 1000-et, aztán onnan visszafelé ötvenesével, amíg 50-nél közelebb nem jut a 0-hoz. Cseré után egy újabb számtól szintén felfelé 90-esével, vissza 50-esével lépegetsetek!”</p> <p>„Továbbra is ezen a számtáblázaton lépegetünk.</p> <p>– Tedd a ceruzád hegyét egy 400-nál kisebb számra! Lépegess onnan százakat egymás után! (Több százasával növekvő sorozatot leolvastat; főképpen a számolásban gyengébben haladó gyerekekkel.)</p> <p>– Ismét 400-nál, kisebb számot válasszatok! Innen 120-asával lépegetünk tovább! Figyeld a táblázatot, hogy hogyan lépsz!</p> <p>– Most 800-nál nagyobb számról induljunk! 80-asával csökkenő sorozaton kell haladni! Ismét kíváncsi vagyok a lépésekre!”</p>	<p>Előkészítik a számtáblázatot.</p> <p>A jobb oldalin a 350-et, a bal oldalon, hogy ez 35 tízes.</p> <p>Közösen sorolják a számokat, és párhuzamosan mutatják a számot, illetve azt, hogy ez hány tízes.</p> <p>Amikor az 510-hez érnek, onnan húszasával lépegetnek tovább.</p> <p>Az utasításnak megfelelően lépegetnek a számokon.</p> <p>Felcserélik a tábla két oldalának mutatását.</p> <p>A szomszédok egymásnak sorolják a számsorozatok számait.</p> <p>Mindenki kiválaszt egy számot, s felszólítás után sorolja a számokat. Pl. 360, 460, 560, 660, 760, 860, 960. Vagy 130, 230, 330, 430, ...</p> <p>Ismét saját számot választanak, és a lépegetés után elmondják, hogy 1-et léptek le és 2-t jobbra.</p> <p>A 80-asával csökkenő sorozatban 1-et kell felfelé lépni, és 2-t jobbra (100-at elvesznek, és 20-at visszaadnak).</p>

II. Az új tartalom feldolgozása	
Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>1. Mitől és hogyan függ az összeg nagysága, mitől és hogyan függ a különbség nagysága?</p> <p>a) Szituációk mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatban – hiányos adatokkal</p> <p>„Történeteket mondok. Nem árulok el benne minden adatot. A ti dolgotok az lesz, hogy mégis összehasonlítsatok két-két mennyiséget, két-két számot. Próbáljatok nagyon figyelni, mert nem írom fel az adatokat!</p> <p>– Jancsi és Juliska ugyanazt a könyvet kezdték olvasni. Jancsi elolvasott belőle 45 oldalt, Juliska csak 32-t. Most melyiküknek van több hátra a könyvből? Csak az ő nevét írjátok le, s ha lehet tudni, írjátok mellé azt is, hogy mennyivel!”</p> <p>– Kata és Flóra ugyanannyi képeslapot gyűjtött eddig. Ma Kata kapott hetet, Flóra 12-t. Melyiküknek van most több? Mennyivel?</p> <p>– Anyu két egyforma hosszú rúd szalámit vásárolt: egy csípőset és egy nem csípős rudat. Apa magának a csípősből vágott le, Gábornak a másik szalámiból adott. Most a csípősből van kevesebb. Melyikük ehetett többet a szalámiból?</p> <p>– Dani és Jóska célbadobó versenyt rendezett. Az utolsó dobás előtt Daninak 450 pontja volt, Jóskának 480. Az utolsó dobás azonban meglepetést hozott: a végeredmény döntetlen lett. Utoljára melyikük dobott többet? Mennyivel?</p> <p>– A hét végén vásárolt 5 kg almából és 3 kg narancsból sok gyümölcsöt megettek a gyerekek. Hétfőre narancsból maradt több. Melyik gyümölcsből ettek többet? Mennyivel?</p> <p>Az ellenőrzés során kerülnek a táblára az adatok, és így beszélnek meg, hogyan lehetett kigondolni a válaszokat.</p> <p>b) Játék dobókockákkal (összeadás)</p> <p>Szervezés: két nagy dobókocka a tanítónál; füzet, ceruza a gyerekeknél</p> <p>„Rajzoljatok a füzetbe kétszer 3 négyzetet egymás alá így:</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>Felírják a válaszokat: Juliskának; 13-mal Flórának; 5-tel</p> <p>Apa</p> <p>Dani, 30-cal</p> <p>Almából, több mint 2 kg-mal.</p> <p>Jó, ha egymásnak magyarázzák meg, honnan lehet tudni a választ: ezáltal tudatosodik az egyre általánosabb összefüggés. (Például az első „történet” megbeszélése során ki kell emelni, hogy ugyanannyi oldalból olvasott el az egyik gyerek többet, a másik kevesebbet. Tehát annak van több hátra, aki kevesebbet olvasott még el, annyival, amennyivel kevesebbet olvasott.)</p> <p>Lerajzolják a négyzetekbe a minta szerint.</p>

Egy dobókockával dobok. A kidobott számot bele kell írnotok valamelyik négyzetbe a hat közül; ti döntitek el, hogy hova. Ezután jön a következő dobás. Ennek eredményét is beírjátok valahova. Minden dobás után elhelyezitek a kidobott számot, így két háromjegyű szám áll majd egymás alatt. Az a gyerek győz, akinél a két szám összege a legnagyobb. Ha nem tudunk dönteni, kié lett nagyobb, a zsebszámológép segít.

(Az, hogy a számokat egymás alá írjuk, még nem jelenti, hogy írásbeli összeadást végzünk. Azonban az összeg becslésében és a helyiérték szerepének megértésében sokat segíthet ez az elrendezés. Együttal tekinthetjük az írásbeli összeadás előkészítésének is a számok ilyen elrendezését.)

Lehet egy próbajáték.

2-3 menetben megtapasztaltatja a gyerekekkel a véletlen szerepét, de azt is, hogy hogyan érdemes egy-egy számot elhelyezni. Ennek tudatosítására azonban még semmiképpen ne kerüljön sor, hiszen akkor elveszük a saját tapasztalatszerzés és saját stratégiaalakítás izgalmát, örömet.

A következő néhány fordulót azzal a módosítással játsszák, hogy 2 kockával dob a tanító, és a kettőn összesen látható pöttyök számát kell beírni valamely négyzetbe. Meg kell állapodni abban, hogy ha összesen 10, 11 vagy 12 a dobás eredménye, akkor 0-t, 1-et, illetve 2-t írnak, elhagyva a tízet.

2. Összeg, különbség becslése százásokra kerekített értékek segítségével

a) színes rudakkal

Szervezés: a színes rúdkészlet előkészítése

„A fehér kiskocka érjen most 100-at! Mennyit ér a piros?

Mennyit ér a fekete?

Melyik rúd ér most 1000-et?

És mennyi a zöld értéke?

Melyik rúd hossza közelíti meg legjobban a 325-öt?

Megfigyelik a játék ismertetését.

Az első menet lehet próbajáték. Ez hozzájárulhat a szabály tisztázásához: nem várható össze a hat szám, hogy aztán rendezzék el őket a négyzetekbe, és nem szabad utólag változtatni az elrendezésen.

A jó stratégia alapja az lesz, hogy a nagyobb számokat kell a százások helyére írni, a kicsiket az egyesek helyére. Ennek kialakítása nem minden gyerek számára megy gyorsan; érdemes kivárni, hogy mindenki maga jöjjön rá. A játék érdekessége megmarad a többiek számára is, hiszen a véletlen így is befolyásolja az eredményt.

A véletlen most már nem ad egyenlő esélyt a számoknak; azonban az összeg most is úgy lesz nagy, ha a két háromjegyű szám nagy, azaz, ha a dobott számok közül a nagyok kerülnek „előre”, a kicsik „hátra”.

Nem vitatható esetben becslésszerűen vetik össze az összegek nagyságát, vitás esetekben döntsön a zsebszámológép.

Bár a munka elején egyéni munkát végeznek, csoportokba rendeződnek a későbbi megbeszélés érdekében.

400-at.

700-at

A narancssárga.

1200.

A világoskék. Ez pontosan 300-at ér, és a 325 a százások közül a 300-hoz van a legközelebb.

Azt mondom: 582. Melyik rúddal tudod legjobban kifejezni ennek a számnak a nagyságát?

Próbáljátok minél jobban megközelíteni a rudak kirakásával a következő összeget:

$$325 + 582$$

„Ellenőrizzük zsebszámológéppel, hogy mennyire jó a becslésünk!”

Hasonlóan, a rudak kirakásával végzik a következő összegek becslését, majd zsebszámológéppel ellenőrzik a közelítések „jóságát”:

$$577 + 439$$

$$62 + 188 + 339$$

$$218 + 93 + 85 + 61 + 442$$

$$285 + 174 + 255 + 44$$

b) fejben;

Annak megfigyelése, hogy mikor kb. mennyit tévedünk.

„A következő közelítéseket már próbáljuk meg fejben elvégezni! A becslött összegeket zsebszámológéppel fogjuk ellenőrizni, és azt is megfigyeljük, hogy mely esetekben mennyit tévedtünk.

Hogyan végzitek a becslést: $224 + 261$?” – felírja a táblára.

Az első közelítést felírja (mintát adva a feladatlapon való elhelyezésre):

$$224 + 261 \approx 200 + 300 = 500$$

Számítsuk ki a pontos összeget géppel!

Feltüntetni a pontos összeget és az eltérést is:

$$224 + 261 \approx 200 + 300 = 500$$

$$\text{Pontosan: } 224 + 261 = 485$$

$$\text{Eltérés: } 15$$

„Az 1. feladatlapon hasonlóan közelítsétek a kijelölt összegeket! Amikor készen lesztek a becslésekkel, kiszámoljuk pontosan is az összegeket, és aztán megállapítjátok az eltéréseket is.”

Egy-egy tanulóval kiszámíttatja a pontos összeget a zsebszámológépen, aztán beírja az ettől való eltéréseket.

A 582 a 600-hoz van legközelebb a százasok közül, tehát a lila rúd a jó.

Kirakják egymáshoz toldva a világoskék és a lila rudat, mellé teszik a kettőjükkel egyenlő hosszú sötétkék rudat, és erről olvassák le az összeg közelítő értékét: $325 + 582$ közelítőleg egyenlő a $300 + 600$ -zal, a 900 -zal.

Zsebszámológéppel kiszámítják (esetleg többen is): $325 + 582 = 907$, és megállapítják, hogy ettől csak kevéssel tér el a becslött 900 .

Színes rudakkal megjelenítik a számok százasokra kerekített értékét (amely százashoz a legközelebb van a szám), és a rudak összetoldása után leolvassák a tagok közelítő értékét és a közelítő összegeket. Mindegyik becslést követően zsebszámológéppel ellenőrzik a becslés pontosságát.

A jelentkező tanuló elmondja, hogy ez közelítőleg egyenlő $200 + 300 = 500$ -zal, mert a 224 százasokra kerekített értéke 200 , a 261 közelítő értéke 300 , összegük kb. $200 + 300$.

Kiszámítják a pontos összeget: 485 , és megállapítják, hogy ennek a százasokra kerekített értéke 500 , tehát a becslés százasokra pontos volt. A közelítés a pontos összegtől 15 -tel tér el. – Ezeket az adatokat is feldiktálják a táblára.

Mindhárom feladatban elvégzik a közelítést.

Ellenőrzésképpen elmondják, hogy milyen kerekített értékekkel közelítettek, s ezeket a közelítő értékeket összehasonlítják a zsebszámológépen kiszámított pontos eredménnyel.

„A csoportban beszéljétek meg, mi lehet az oka annak, hogy az egyik esetben olyan jó volt a becslés, a másik esetben pedig olyan nagyon nagy a pontos eredménytől való eltérés!”

A csoportos megbeszélés után meghallgatja az egyeztetett véleményeket a csoportok „szóvivőitől”.

Először annak tudatosítása várható, hogy ha a kerekítéssel nagyon messze kerülünk a pontos számoktól, akkor kaphatunk a pontos összegtől nagyon eltérő közelítő összeget. [A b) és c) feladatban egyaránt ezt tapasztalhatták.]

Ezzel állíthatjuk szembe a d) esetet, amelyben szintén nagy a különbség a pontos és a százásokra kerekített értékek között; csak hogy itt az egyik számot nála nagyobb kerek százassal, a másikat kb. ugyanennyivel kisebb kerek százassal helyettesítettük, ezért lett ismét igen jó a becslés.

„Tudjuk-e úgy változtatni a két számot, hogy pontosan ugyanannyi maradjon az összegük? Pl. amikor a $9 + 7$ -et számítjuk, gondolhatunk erre: ez ugyanannyi, mint $10 + \dots$?”

Anélkül, hogy kiszámítanátok pontosan, próbáljátok kiegészíteni a feladatlap 2. feladatának összeadásait úgy, hogy igaz legyen mindegyik egyenlőség!

A csoportokban megpróbálják kideríteni az eltérések különbözőségének okát, és a „szóvivővel” megbeszélik, hogy miképpen mondja majd el ezt az osztálynak.

Elmondhatják, hogy az első összeadásban a kerekített értékek csak kevéssel tértek el az összeadandó számoktól, ezért ott jó a közelítés. A következő két esetben távol van a pontos számoktól a kerekített értékük, ezért nagy a pontos összegtől való eltérés.

A negyedik összeadásban is messze vannak a kerekített számok az eredeti számoktól, de az egyiknél nagyobb, a másikon pedig kisebb kerek százast választottak a közelítéshez, ezért ez a két változás lerontja, sőt körülbelül ki is oltja egymást.

Felidézük kis számok esetére, hogy hogyan marad az összeg ugyanannyi. Pl.: $9 + 7 = 10 + 6$, azaz a 7-ből áttettünk 1-et a 9-hez: a 9 eggyel nőtt, a 7 eggyel csökkent, így ugyanannyi lett az összeg. Önállóan, vagy esetenként csoportos megbeszélés alapján oldják meg a 2. feladatot.

3. A becslés finomítása tízesekre kerekített számokkal

„Tanultunk már egy módszert arra, hogy hogyan tudunk pontosabb becslést adni. Ki emlékszik rá?”

Ehhez persze jól kell tudni számolni a 0-ra végződő számokkal. Gyakoroljuk kicsit, mielőtt további becsléseket végzünk!

a) pontos számolás 0-ra végződő számokkal; a tanult módszerek felelevenítése; a számítások ellenőrzése

„Mondjuk el, hogyan végzünk el egy ilyen összeadást: $360 + 280$!”

(Biztosítja a játékpénzeket, ha arra szüksége van valakinek a módszerek felidézéséhez.)

Felidézük, hogy kerekíthetik a számokat tízesekre, és így közelebb juthatnak a pontos összegekhez.

Felelevenítik azokat a módszereket, amelyeket elmagyaráztak egymásnak néhány órával ezelőtt (esetleg be is mutatva játékpénzzel):

– Összeadhatjuk külön a százásokat: $300 + 200 = 500$; külön a tízeseket: $60 + 80 = 140$, végül az $500 + 140$ összeadást végezzük el: ez 640.

– Kiegészíthetjük az egyik szám tízeseiből a másik számot kerek százásra: pl. a 280-at 300-ra egészítem ki a 360 két tízesével, és ehhez a 300-hoz adom hozzá a fennmaradó 340-et. $300 + 340 = 640$.

– Hozzáadom a 360-hoz a százásokat: $360 + 200 = 560$, aztán ehhez a tízeseket: $560 + 80 = 640$.

„A következő feladatokban mindig azt a módszert válasszátok, amelyik ott a leg-egyszerűbb! Írjátok le a füzetbe a számfeladatokat, és számoljatok pontosan!”
A táblára írja a feladatokat (vagy megmutatja az óra előtt felírt összeadásokat):

$530 + 240 =$	$380 + 570 =$
$250 + 450 =$	$460 + 190 =$
$120 + 310 =$	$730 + 180 =$
$680 + 200 =$	$340 + 370 =$

Aki hamar elkészült, azt arra biztatja, hogy a számítások ellenőrzése után válaszson ki a jobb oldali oszlopból egy összeadást, és írjon olyan összeadásokat, amelyeknek ugyanennyi az összege.

Az ellenőrzés során mindegyik összeadás esetén meghallgatja a számítás módját egy-két gyerektől, hogy egyre tudatosabbá váljon a gondolkodásuk.

A többletfeladat mindegyikét nem kell meghallgatni; érdemes viszont elmondani azt, hogy hogyan „gyártottak” ugyanekkora összegű számpárokat.

b) Közelítés tízesekre kerekítéssel

Annak megfigyelése, hogy mikor kb. mennyit tévedünk.

„A feladatlap két összeadásában nagyon pontatlan közelítést eredményezett az, hogy százásokra kerekítettük a számokat. Nézzük meg, hogy mennyire válik pontosabbá a közelítésünk, ha tízesekre kerekítünk!”

„Melyik becslésünk volt nagyon távol a pontos összegtől?”

Felírja a b) feladatot:

$$439 + 245 \approx$$

„Közelítsünk tízesekre kerekített számokkal!”

Az összeadás alá írja a kerekített értékeket, és várja az összegüket:

$$439 + 245 \approx$$

$$440 + 250 = 690$$

A 690-et ez után írja a felső sorba a közelítőleg egyenlő \approx jele után.

Ez az eredmény mennyivel tér el a pontos 684-től?

„Nézzük a másik összeadást!”

$$253 + 561 \approx$$

Mutassa meg valaki, hogyan közelítünk, ha tízesekre kerekítjük a számokat!

A lemásolt számfeladatokat mindenki kiszámítja a számára legjobb módszerrel; akinek szüksége van rá, használhatja a játékpénzeket.

A számolás után ellenőrzik saját munkájukat.

A gyorsabban számolóok kiválaszthatnak egy összeadást, amellyel egyenlő összegű összeadásokat írhatnak. (A szabad választás jó motivációt szokott jelenteni.)

Lehet, hogy valaki az összegből indul ki, és ezt bontja a számára érdekes vagy éppen egyszerű számpár-összegekre. Lehet a tagokat változtatni lépésenként ellenkező irányban azonos számokkal (akár tízesekkel, százasokkal, akár egyesekkel).

Feldiktálják a tanítónak a feladatlap b) [majd c)] összeadását:

$$439 + 245$$

A 439-hez legközelebbi kerek tízes a 440, a 245-öt pedig 250-re szoktuk kerekíteni (mert középen van két kerek tízes között, ilyenkor – megállapodás szerint – a nagyobbik tízes szomszéd lesz a tízesekre kerekített érték).

Megállapítják a 440 és 250 összegét, és azt, hogy ez a $439 + 245$ közelítő összege. Csak 6-tal; ez már nagyon jó közelítés.

$253 + 561$. Itt is nagyon távol volt a becslés a pontos összegtől. 900-nak becsültük az összeget, a pontos összeg pedig 814.

Vállalkozó gyerek elmondja, és a táblára írja is az előbbieknél megfelelően a pontosabb közelítést:

$$253 + 561 \approx$$

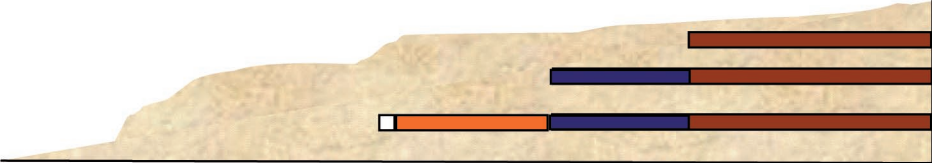
$$250 + 560 = 810, \text{ ami csak 4-gyel tér el a pontos összegtől.}$$

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>4. B) Az összeg becslésének gyakorlása tízesekre kerekített számokkal <i>Szervezés:</i> a 2. feladatlap előkészítése; a két csoport különválasztása. Azokat a tanulókat emeli most ki külön csoportba, akik várhatóan képesek lesznek az új módszerek megértésére, alkalmazására. A többiek esetleg nem is egy csoportot alkotva önálló munkát fognak végezni.</p> <p>„A következő feladatokban gyakoroljuk még a közelítő számításokat, becsléseket. Most olyan jó dolgok lesz, hogy meg is vannak adva a pontos összegek. Az első feladat mindig a százásokra kerekített számokkal való közelítés lesz. Ezután azt kell megállapítani, hogy ez elég jól közelíti-e a pontos összeget. Mit is jelent ez? Másodszor közelítsetek tízesekre kerekített számokkal is, és állapítsátok meg, mennyi az eltérés!”</p> <p>Az első feladat elvégzését ellenőrzi, segíti a nehezebben számoló gyerekeknek, aztán önálló munkát kér. Megkéri a gyerekeket, hogy segítsenek a szomszédjuknak, ha erre szüksége van.</p>	<p>Azt, hogy a pontos eredmény százásokra kerekített értékét kaptuk-e meg.</p>
<p>4. C) Az összeg finomításának más módszerei: a művelet monotonitásának figyelembe vétele Az első feladat elvégzése után a rugalmasabban gondolkodó választott gyerekeknek felveti, hogy lehetne-e másképpen is finomítani a becslést, ha ennyire pontos eredményre nincs szükségünk, és nem akarjuk tízesekre kerekíteni a számokat.</p> <p>Felveti, hogy figyeljék meg, kb. mennyivel nagyobb számot vesznek a 353 helyett, amikor százásokra kerekítenek. Hogyan tudtunk kb. ugyanakkora összeget készíteni, amikor az egyik számot megváltoztattuk?</p> <p>Elég, ha egyszerre ez az egy új módszer születik meg, és a további feladatokban ezt gyakorolják a gyerekek (csak szóban). Ha azonban felvetődik más is, azt is célszerű megbeszélni. Pl. adódhat, hogy valaki a számok százasait összeadja, a százásokon „felüli” részt adja össze tízesekre kerekített értékük szerint. Minthogy ezekben a feladatokban csak 2-tagú összeadások szerepelnek, az még nem kerülhet elő, hogy az egymást kb. kerek százásra kiegészítő tagokat válogatják össze, és így végzik a becslést.</p>	<p>Lehet olyan tanuló, aki már eddig is alkalmazott más közelítést: Pl.: az első feladatban szereplő számok közel vannak a szomszédos százások felezőpontjához, ezért inkább 50-esekre kerekítve gondolkodott: $353 + 161 \approx 350 + 150 = 500$</p> <p>A 400 körülbelül 50-nel nagyobb a 353-nál.</p> <p>A másikat ugyanennyivel változtassuk, csak ellenkező irányban. Tehát a 161-et csökkentjük kb. 50-nel, és vegyünk helyette 100-at (vagy még pontosabban 110-et)! $400 + 100 = 500$; vagy $400 + 110 = 510$ – és mind a kettő nagyon jó közelítés!</p>

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>5. Célbodobás szorzással</p> <p>Legyen a kezdő szám először elég nagy kétjegyű szám, amely közel van a 100-hoz (pl. 83, vagy 79, vagy 95), és a céltábla 200-as hosszúságú (pl. 300 és 500 között, 600 és 800 között). Aztán legyen kisebb szám, pl. 38 vagy 41 és 100-as, 200-as vagy 300-as hosszúságú „céltábla”.</p> <p>A 20. modul 23. lépése szerint vezeti a játékot.</p> <p>Amennyiben tudunk minden gyereknek adni zsebszámológépet, akkor jó változata a játéknak, hogy a kezdőszám bebillentyűzése után meg kell nyomni a szorzás \times jelét, aztán a becslés szerinti szorzót és az $=$ jelet. Amennyiben így beletaláltak a céltáblába, nyernek vele 2 zsetont, de ha nem, akkor ezzel veszítenek 1-et. Ezzel elérhetjük, hogy a becslésük egyre meggondoltabb lesz, kevésbé fordul elő a próba-szerencse találgatás.</p>	<p>A találatokat ismét zsetonokkal (korongokkal) jegyezzék; a játék végén felírva, hogy mennyit gyűjtöttek már. A pontos számításához a zsebszámológépet használják.</p>
<p>6. Házi feladat</p> <p>Most mindenki magának adjon feladatot gyakorlásképpen. Ti választhattok háromjegyű számokat, amiket először adjatok össze zsebszámológéppel, aztán közelítsétek két- vagy többféleképpen! Azt sem kötöm meg, hogy hány feladatot végezzetek el, de gondoljatok arra, hogy minél jobban begyakoroljátok a becslést! (Ha tudjuk, hogy nincs otthon felnőtt segítség, nincs zsebszámológép, akkor kiadhatunk néhány pontosan kiszámított összeadást.)</p>	

2. óra

<p>7. A házi feladatok megbeszélése</p> <p>Az ellenőrzés és értékelés szempontja most a szorgalom, és célja annak tudatosítása, hogy kinek milyen mértékben nőtt meg a biztonsága a becslések végzésében. Ennek megfelelően elsősorban megbeszélhetjük, hogy ki hány feladatot adott magának, mennyire sikerültek a becslések, ki érzi, hogy már ügyesebben becsli meg két-két szám összegét. Megbeszélhetjük, hogy alkalmazta-e valaki az új közelítő módszert, és ezt – a saját példáján – be is mutattatjuk vele.</p> <p>Az otthoni gyakorlás értékének megerősítése érdekében végeztessünk néhány becslést a szokásos lejegyzés nélkül:</p> <p>„Megmutathatjátok, hogy milyen jól sikerült az otthoni gyakorlás. Most a mondott feladatokat nem kérem leírni, csak a közelítő összegeket írtátok egymás alá! Először mindegyik feladatot százasokkal közelítsétek! Úgy ügyeskedjete, hogy amint kimondom a számot, azonnal helyettesítsétek a százasokra kerekített értékével – így könnyű lesz ez a becslés.”</p> <p>Nem túl gyorsan diktálja egymás után a feladatokat, de ahhoz mégis eléggé tempósan, hogy ne lehessen pontos számítást végezni a becslés helyett.</p> <p>Pl.: $431 + 276$; $226 + 604$, $772 + 193$, $545 + 248$, $661 + 257$, $553 + 451$</p>	<p>Beszámolnak otthon végzett munkájukról: hány feladatot végeztek, milyen jól sikerültek a közelítések.</p> <p>Százasokra kerekítéssel: 700, 800, 1000, 700, 1000, 1100 (Az utolsó három elég pontatlan.</p> <p>Pontosabban, pl. tízesekre kerekítéssel 710, 830, 960, 800, 920, 1000 Ez már mind jó közelítésnek számít.)</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység												
<p>8. Mitől és hogyan függ az összeg nagysága, mitől és hogyan függ a különbség nagysága? <i>Szervezés:</i> színes rúdkészlet, mérőszalag, vonalzó, játékpénz, füzet, ceruza előkészítése.</p> <p>a) Szituációk mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatban – a konkrét számok szerepeltetése nélkül</p> <p>„Történeteket mondok. Nem mindent fogok elárulni, mégis döntést várok tőletek! Azt kérem, hogy pl. a színes rudakkal (vagy rajzzal, pénzzel...) alkossatok valamilyen képet a történetről, amin bemutatathatók, hogyan gondolkodtatok!”</p> <p>1. Három testvér eddig ugyanannyi pénzt gyűjtött. Édesanyjuk névnapjára mindhárman készítettek ajándékot. Vásároltak is: Évi 160 Ft-ért virágot, Flóra 250 Ft-os csokit, Zsolt pedig egy szép tollat vett 360 Ft-ért. Kinek maradt több pénze, kinek kevesebb? Mennyivel?</p> <p>2. Domi és a barátja 870 m-re laknak egymástól. Egy reggel egyszerre indultak otthonról, hogy valahol az úton találkozzanak. Hány métert tehetett meg Domi, és mennyit a barátja, mire találkoztak?</p> <p>3. Palkó és Zsófi képeslapokat gyűjt tájakról, városokról. Palkónak 366 képe van már, Zsófinak 402. Megnézegették egymás képeit, és azt látták, hogy külföldi képből ugyanannyi gyűlt össze mindkettőjüknek. Melyiküknek van több hazai képe, és mennyivel?</p>	<p>A kért eszközök előkészítése</p> <p>Megfigyelik a történetet, és kirakást vagy rajzot készítenek a három változás összehasonlítására. Pl. a pad szélétől mérik vissza a 16, 25 és 36 cm-t, ezzel kifejezve az azonos összegből való kiadás nagyságát, és azt, hogy annak maradt több pénze, aki kevesebbet költött, mégpedig annyival, ahány forinttal kevesebbet:</p>  <p>(Ellenőrzésnél azt is tudatosítják, hogy nem tudják, mennyi volt a pénzüik: a pad jobb szélé mutatja, hogy „eddig tart”.)</p> <p>A történet megjelenítéséhez kijelölnek egy szakaszt – pl. a padjuk két szélé között –, amely a 870 m-t képviseli. Két tárgy mozgatásával jelzik a gyerekek haladását, és átélik, hogy a találkozásig ketten összesen 870 m-t tesznek meg: az egyik gyerek az út egyik részét, a másik a többi.</p> <p>A kérdésre lehetőségek sorolásával válaszolhatnak, például táblázatba gyűjtve az összetartozó számpárokat:</p> <table border="1" data-bbox="1131 1034 1971 1134"> <tbody> <tr> <td>Domi útja</td> <td>370 m</td> <td>400 m</td> <td>410 m</td> <td>411 m</td> <td>600 m</td> </tr> <tr> <td>A barátjáé</td> <td>500 m</td> <td>470 m</td> <td>460 m</td> <td>459 m</td> <td>270 m</td> </tr> </tbody> </table> <p>Megfogalmazódhat, hogy ha az egyik többet tesz meg, a másiknak kevesebb út jut. Amennyivel több az egyik, annyival kevesebb a másik.</p> <p>Készíthetnek rajzot a képek számáról, például egy-egy téglalappal ábrázolva. A külföldi képek egyenlő számát azonos nagyságú rész beszínezése jelezheti. A fennmaradó fehér részek különbsége – természetesen – azonos lesz az egész téglalapok különbségével:</p>	Domi útja	370 m	400 m	410 m	411 m	600 m	A barátjáé	500 m	470 m	460 m	459 m	270 m
Domi útja	370 m	400 m	410 m	411 m	600 m								
A barátjáé	500 m	470 m	460 m	459 m	270 m								

Az ábrázolások megbeszélése során értelmezteni kell a kirakásokat, képeket. Megfogalmazódhatnak az általánosítás kezdetét jelentő mondatok a gyerekek magyarázatában. Például, az első történettel kapcsolatban az, hogy ha ugyanannyiból többet veszünk el, akkor kevesebb marad, annnyival kevesebb, amennyivel többet vettünk el. A második történettel kapcsolatban ugyanennek az összefüggésnek egy másik formája: hogy két szám összege ugyanannyi marad, ha az egyiket ugyanannyival nagyobbra cseréljük, amennyivel kisebb lesz a másik szám.

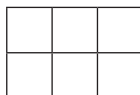
A legutóbbi történethez olyan állítás fűződhet, hogy két szám különbsége nem változik, ha mindkettőt ugyanannyival csökkentjük, (vagy ugyanannyival növeljük). Azonban semmiképpen ne adjunk a gyerekek szájába kész szabályokat! (Ugyanis esetenként vissza tudnak mondani szövegeket arról, amit még nem látnak, nem értenek, s ez gátjává válik gondolkodásuk fejlődésének.)

b) Játék dobókockákkal (kivonás)

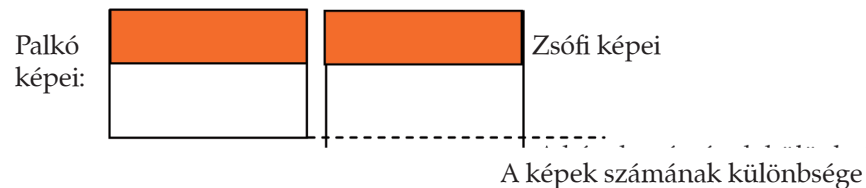
Szervezés: egy nagy dobókocka; füzet, ceruza

A már ismert játék új változata.

„Ismét kétszer három négyzetet jelöljétek ki egymás alatt!”



Hatszor dobok egy dobókockával, s a kidobott számokat be kell írni egy-egy négyzetbe. (Mindegyiket még a következő dobás előtt!) Most az nyer, akinél a két szám különbsége a legnagyobb. (Nem a felsőből vesszük el az alsót, hanem a nagyobb számból a kisebbet!)”



Megrajzolják a négyzeteket

Értelmezik a szabályt, felelevenítve, hogy nem lehet összevágni több számot, és javítani sem szabad. Szükség esetén próbajátékot játszhatnak.

A megalkotott számok közti különbségeket becsléssel hasonlítják össze, vagy az alapján, hogy felismerik: mitől nagy a különbség. Például, ha valaki úgy gondolja, hogy elég nagy a számai közti különbség, ezt feldiktálhatja a táblára. Mások ezzel a számpárral vetik össze sajátjukét.

Lehetnek olyan esetek is, hogy anélkül tudja valaki: ő győzött, hogy összehasonlítaná más számok különbségével, mert látja, hogy nem lehet előállítani nagyobb távolságra levő számokat.

Esetleges próbajáték után érdemes változatlan szabállyal lejátszani 3-4 menetet, mindig nagy gonddal ellenőrizve a különbségeket, és meghallgatva a döntéshez tartozó magyarázatokat.

(A „jó” stratégiákat azonban még ne árulják el egymásnak a gyerekek!)

Vitás esetekben segítsen dönteni a zsebszámológép!

Új szabállyal is játsszanak: győz, akinél a két szám különbsége a legkisebb.

Nem érdemes a játék izgalmát elvenni azzal, hogy elmondadjuk: mikor válik kicsivé a számok különbsége. Addig érdekes a játék, ameddig a gyerekek maguk alakítják megfigyeléseikkel, gondolkodásukkal a remélt jó stratégiát.

3-4 menet után az utoljára kidobott 6 számot megpróbálhatják újra elhelyezni hat négyzetben úgy, hogy még kisebb legyen a két háromjegyű szám különbsége. Ezzel – megfogalmaztatás nélkül – segíthetjük a tudatosítást: ha közel azonos nagyságúra tudják megalkotni a számokat, akkor lesz kicsi a különbségük. Tehát az első helyeken jó azonos (illetve kis különbségű) számjegyeket írni.

9. Különbség becslése százaskora, tízesekre kerekített értékekkel

Szervezés: a centiméter-beosztású mérőszalag és a színes rúd-készlet, előkészítése

„A mérőszalagon most olyan kicsi egységet választunk, hogy az 1-esnél (1 cm-nél) már 100-at kell gondolni. Hol van a 700 helye?”

„Milyen távol van ez a pont a 0-tól centiméterekkel mérve?”

Színes rúddal tedd ki a mérőszalagon: $700 - 300$

Tedd ki a következő kivonásokat is:

$600 - 500$

$1000 - 800$

A következőt nem tudod pontosan kirakni: próbáld minél jobban közelíteni!

$783 - 297$ (felírja a táblára)

Valószínűleg itt nagyobb bizonytalansággal helyezik el a számjegyeket; ezért érdemes szintén 3-4 menetet biztosítani a tapasztalatszerzéshez.

Mutatják a 7 cm-es beosztást.

7 cm-re, azaz 700 egységre.

A mérőszalagon a 7 cm-től visszamérik a világoskék rudat, ami a 4 cm-ig ér. Leolvassák: $700 - 300 = 400$.

A 6-os ponttól visszamérik egy citromsárga rúd hosszát.

Leolvassák: $600 - 500 = 100$

A 10-es ponttól visszamérik egy bordó rúd hosszát.

Leolvassák: $1000 - 800 = 200$

Megkeresik a 783-hoz legközelebbi kerek százast, a 800 helyét, és a 297-et legjobban képviselő, 300-at érő világoskék hosszát mérik vissza.



Leolvassák a választ: $783 - 297$ az közelítőleg $800 - 300 = 500$.

A közelítő különbséget is felírja:

$$783 - 297 \approx 800 - 300 = 500$$

Hasonlóan kirakással jelenítteti meg, és arról olvastatja le a következő különbségeket is, és ezeket is a táblára írja egymás alatt, majd kiegészíti a válaszokkal:

$$912 - 527$$

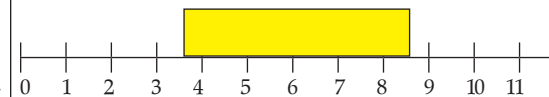
$$677 - 468$$

$$559 - 446$$

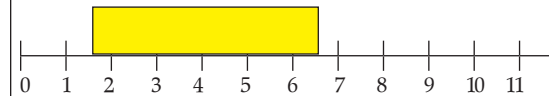
Nézzétek meg az elvégzett becsléseket! Mít gondoltok, melyek lehetnek elég jó közelítések, melyek nem!

Szervezés: a páros számtáblázatok (0319. modul 1. melléklet) előkészítettése és a megfelelő tanítói fólia bekapcsolása

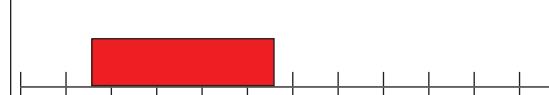
„Keressük meg ezeknek a számpároknak a közelítő helyét a páros számtáblázatunk jobb oldali részén! Vizsgáljuk meg, hogy kb. milyen távol vannak ezek a számok egymástól, azaz mekkora a különbségük!”



$$912 - 527 \text{ közelítőleg } 900 - 500 = 400$$



$$677 - 468 \text{ közelítőleg } 700 - 500 = 200$$



$$589 - 406 \text{ közelítőleg } 600 - 400 = 200$$

Lehet egy-egy tanuló, aki már felismeri, hogy az utolsó közelítés nem igazán jó: a két szám nem sokkal több mint 100-zal tér csak el egymástól. A többi „jóságát” esetleg kevésbé érzékelik.

Megkeresik a 783 és a 297 közelítő helyét, a 780-at és a 300-at, és lépegetéssel megállapítják, hogy kb. 480 a két szám különbsége. (Fölfelé 4 sorral, ez 400, aztán balra 8 lépés, ez még 80.) Ez a becslés csak kicsivel, kb. 20-szal tér el a pontos értéktől.

„Végezzünk pontosabb közelítéseket a mérőszalagon a színes rudakkal! Érjen most az 1 cm 10-et! Ketten dolgozzatok együtt! Ugyanezeket a különbségeket jelelnétek meg egymás után így is! Közelítsétek az első különbséget:

$$783 - 297$$

Hol lesz a 783 közelítő helye?

Melyik rúd hossza ér most kb. 297-et?”

Az előző közelítések mellé írja a táblára a tízesekre kerekített értékekkel történőket:

$$783 - 297 \approx 780 - 300 = 480$$

Hasonlóan elvégzik a másik három közelítést is, kirakva előbb a mérőszalagon színes rudakkal, és felírja a tanító az előbbi közelítések mellé:

$$912 - 527 \approx 910 - 530 = 380$$

$$677 - 468 \approx 680 - 470 = 210$$

$$559 - 446 \approx 560 - 450 = 110$$

Ellenőrzik a számtáblázaton a számok közelítő távolságát.

Végül a zsebszámológéppel is kiszámíttatja a pontos különbségeket, s ezeket színessel a megfelelő sorok végére írja. (486, 385, 209, 113)

Megállapíttatja az eltéréseket, és ráirányítja a figyelmet, hogy általában pontosabbá válik a közelítés a tízesekre kerekített értékekkel.

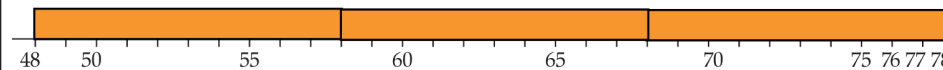
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
800	810	820	830	840	850	860	870	880	890
900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Hasonlóan megkeresik a másik három számpár közelítő helyét, és lépegetéssel „méri ki” a különbségüket. Megállapítják, hogy a 2. és 3. becslés is jól közelíti a pontos különbséget, de az utolsó nem.

Megkeresik: most a 78 cm-es pont a 780 helye.

Három narancssárga hossza most 300, ez a kerek tízes van legközelebb a 297-hez.

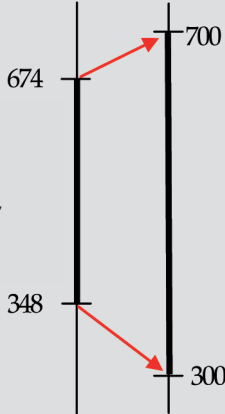
Visszamérik a 3 narancssárga hosszát a 780-as ponttól, így a 480-hoz érnek:



Kirakják, leolvassák az új közelítéseket, és feldiktálják a táblára.

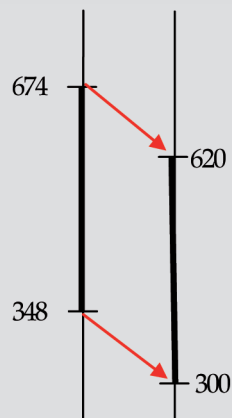
Összevetik az eredményeket a számtáblázaton kialakult képpel.

Megállapítják, hogy néha elég jó a százásokra kerekített értékekkel való közelítés, de pontosabb, ha tízesekre kerekítik a számokat.

Tanítói tevékenység	Tanulói tevékenység
<p>10. A különbség becslésének gyakorlása <i>Szervezés:</i> a 3. feladatlap előkészíttetése „A különbségek becslését fogjuk gyakorolni a 3. feladatlapon. Most is megtaláljátok a pontos különbséget, hogy a közelítés eltérését megállapíthassátok! Aki hamar elkészül, az választhat: egy csoportban közösen gondolkodunk, hogy hogyan lehetne még másképpen pontosabbá tenni, finomítani a becsléseinket, vagy adhat magának további gyakorló feladatokat a füzetébe, és ellenőrizheti a két becslést a zsebszámológép segítségével.” A feladatlap utasításai hasonlóak a 2. feladatlapéval, ezért valószínűleg nem kell segítenünk az értelmezésben.</p>	
<p>10. (C) A becslés finomítása más módszerekkel Az erre vállalkozók csoportját kéri arra, hogy gondolkozzanak rajta, hogyan lehetne másképpen pontosabbá tenni a becslést, ha nem akarunk tízesekre kerekített értékekkel számolni.</p> <p>Mutassa be a tanító a következő módszert: „Szívesen becsülöm meg a különbséget így. Például mennyi a 674 és 348 különbsége? Ha mindkét számot százásokra kerekíteném, akkor a 674 helyett a 700-ra gondolnék, a 348 helyett pedig 300-ra.” Mutatja két álló számegyenesen (az 1. melléklet bal oldala), ahogyan megnő a számok távolsága:</p>  <p>„Látom, hogy elég sokkal nagyobb a távolság a két kerek szám között, mint az eredeti számok között.</p>	<p>Most is lehet olyan ötlet, hogy a két százas közt nagyjából középen levő számokat ötvenesre kerekítik (pl. az utolsó kivonásban az 559-et 550-re, a 446-ot 450-re).</p> <p>Megfigyelik az új eljárást.</p>

Úgy maradna kb. ugyanakkora, ha mindkét számot ugyanabban az irányban változtatnám meg, mégpedig körülbelül ugyanannyival.

Elvenni persze kerek százast könnyű, ezért a 348-at mégis százásokra kerekítem: helyette a 300-zal fogok számolni, de mivel így kb. 50-nel kisebb számot fogok elvenni, ezért a 674-et is kb. 50-nel kisebb számra cserélem: 620-ra. A 620 és 300 távolsága, különbsége majdnem pontosan akkora, mint a náluk kb. 50-nel nagyobb 674 és 348 számoké:



(A1. melléklet jobb oldala)

Tudnátok-e alkalmazni ezt az ötletet, amikor meg kellene becsülni, mennyi a 841 és a 658 különbsége?"

Az elmondott eljárást ismét mutassuk – illetve mutattassuk – táblára vázolt párhuzamos számegyeneseken, hogy képet formáljanak a gyerekek a távolságok közelítő egyenlőségéről.

11. Célbadobás szorzással

A modul 5. lépése szerint; annak folytatásaként

12. Házi feladat

Csak négy számot adok:

362, 279, 138, 431

Készítsetek felhasználásukkal összeadásokat és kivonásokat. Szabad több számot is összeadni közülük, szabad két számot összeadni, és egy harmadikat elvenni, de más szám nem szerepelhet. Ismét számoljatok először pontosan zsebszámológéppel, aztán végezzetek közelítéseket. Előbb százásokra kerekített értékekkel közelítsétek a műveletek eredményét, aztán tegyétek pontosabbá a becslést azzal a módszerrel, amit választotok.

Aki megértette a bemutatott eljárást, megpróbálhatja önállóan, vagy kis segítséggel végrehajtani a közelítést:

Kerekítem a 658-at százásokra: $658 \approx 700$. Ez kb. 40-nel nagyobb a 658-nál. Megnövelem a 841-et is kb. 40-nel: 880. A $841 - 658$ körülbelül egyenlő a $880 - 700$ különbséggel, a 180-nal.

Tovább gyűjtik a „zsetonokat”, most már „kifizetve” a hibás becsléseket.

Feljegyzik a négy számot, és megfigyelik a teendőket.